

UNIVERSIDAD NACIONAL
“SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO”
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL



CURSO: FÍSICA III

**CONDENSADORES DIELECTRICOS Y
POLARIZACIÓN**

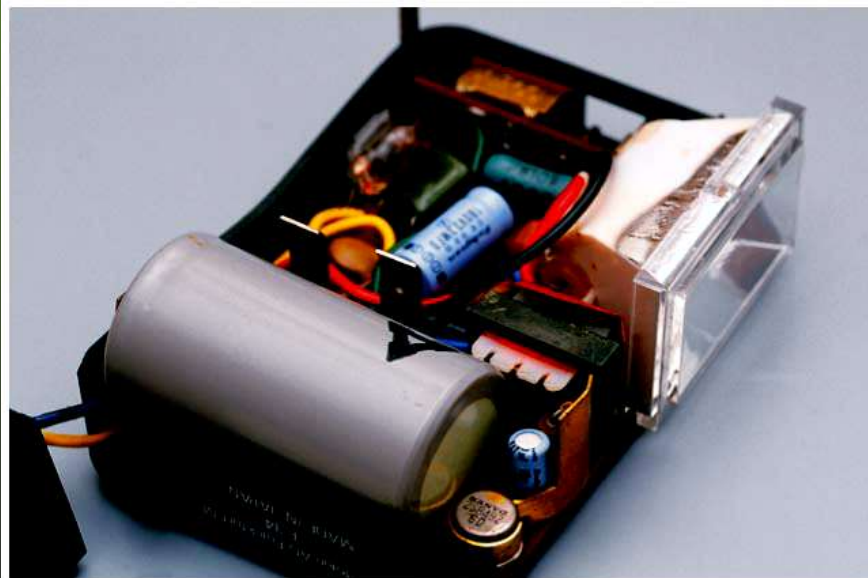
AUTOR: Mag. Optaciano L. Vásquez García

HUARAZ - PERÚ

2010

I. INTRODUCCIÓN

- En este capítulo se presenta el primer elemento de circuitos.
- Los circuitos eléctricos son el fundamento de la gran mayoría de dispositivos que utilizamos en la actualidad. Siendo uno de los componentes los capacitores o condensadores.
- Los capacitores son dispositivos utilizados para almacenar energía en el campo eléctrico entre sus placas

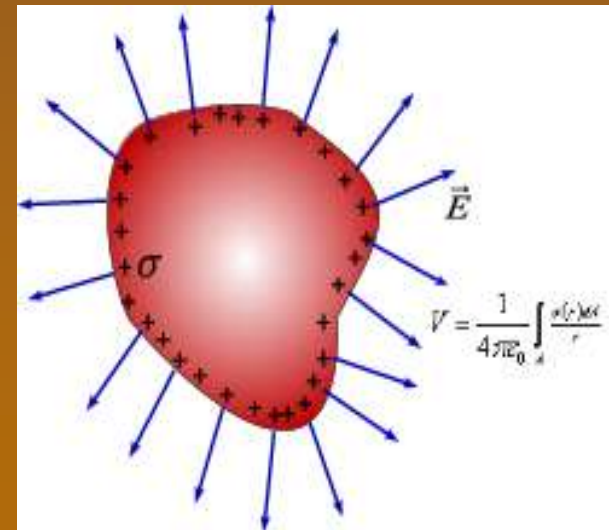
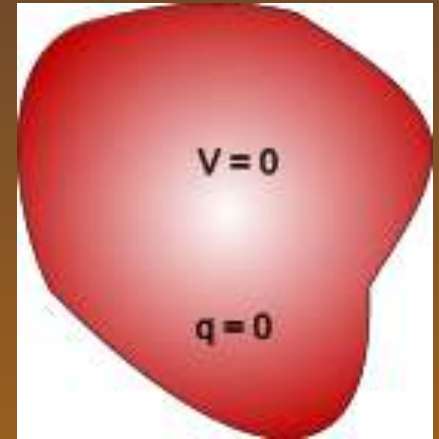


II. CAPACITANCIA_1

- Consideremos un conductor descargado como se ve en la figura. Su potencial en este caso es nulo
- Carguemos al conductor con una carga $+Q$. Ahora su potencial es

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_A \frac{\sigma(r)dA}{r}$$

- El potencial en este caso es proporcional a la carga y también depende de la distancia en donde se evalúa.
- Si ahora dos conductores diferentes se cargan con la misma carga, en general sus potenciales serán diferentes. Es decir TIENEN DIFERENTES CAPACIDADES.



DEFINICIÓN DE CAPACITANCIA

- La *capacitancia eléctrica* (C) es una propiedad física de un conductor que expresa la habilidad de un conductor para adquirir carga sin un cambio sustancial en su potencial.
- Matemáticamente se expresa como el cociente entre la carga y el potencial. Esto es
- Para el caso de una esfera por ejemplo, la capacidad es

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{q/4\pi\epsilon_0 R} = 4\pi\epsilon_0 R$$

- Las unidades de capacidad son :

el faradio = 1 F = 1coul/1coul

Este tiene submúltiplos

$$1\mu\text{F} = 10^{-6}$$

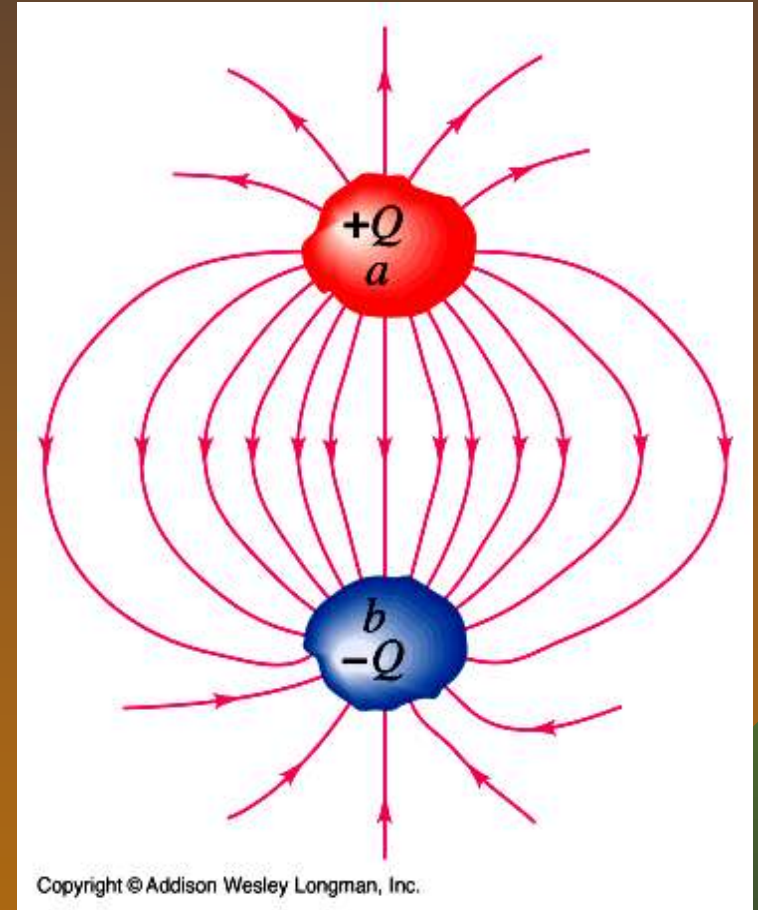
$$1\text{nF} = 10^{-9}$$

$$1\text{pF} = 10^{-12}$$

$$C = \frac{q}{V}$$

III. CAPACITOR O CONDENSADOR.

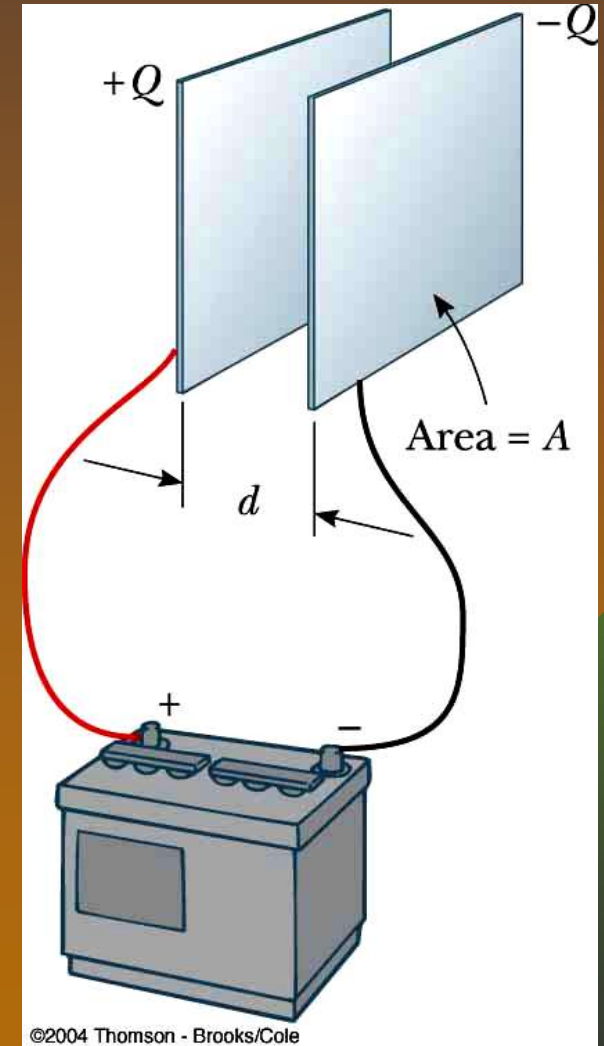
- El capacitor es un dispositivo formado esencialmente por dos conductores llamadas placas del condensador aisladas y separadas por el medio vacío o por un dieléctrico.
- Sobre las placas se distribuyen cargas iguales y opuestas $+q$ y $-q$ tal como se muestra en la figura
- La capacitancia de un capacitor está dada por



$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 \oint_A \vec{E} \cdot \vec{n} dA}{\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

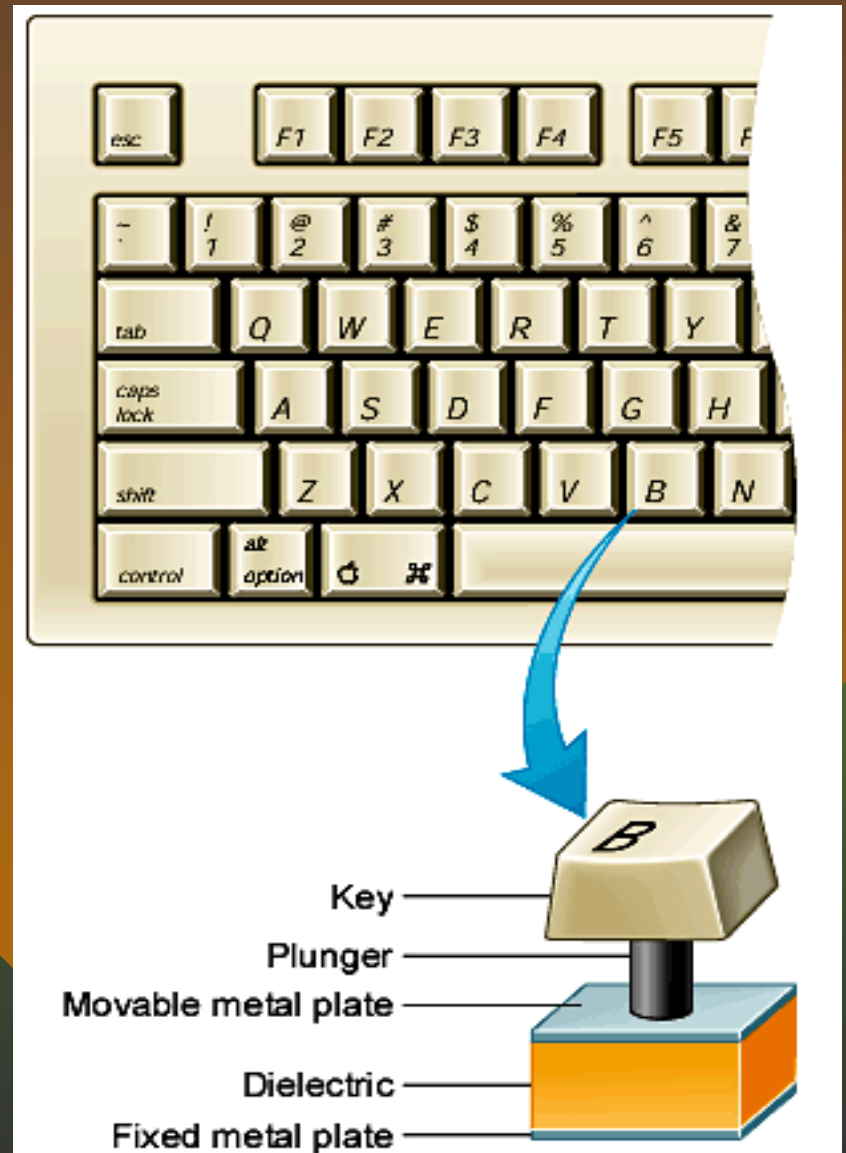
3.1. Aplicaciones de los capacitores

- Sirven para almacenar carga en sus placas (armaduras).
- Sirven para almacenar energía eléctrica dentro de su campo eléctrico entre placas
- Para producir configuraciones de campo eléctrico
- Como rectificadores de corriente, amplificadores de voltaje.
- En aplicaciones eléctricas y electrónicas de radio y televisión, sistemas de ignición de automóviles, desfibriladores, y en unidades electrónicas de flashes.



3.1 Aplicaciones de los capacitores

- Algunos keyboards usan capacitores en la base de los keys.
- Cuando el key es presionado, el espaciamento del capacitor disminuye y la capacitancia se incrementa.
- El key es reconocido mediante el cambio de dicha capacitancia.



3.1. Aplicaciones de los capacitores:

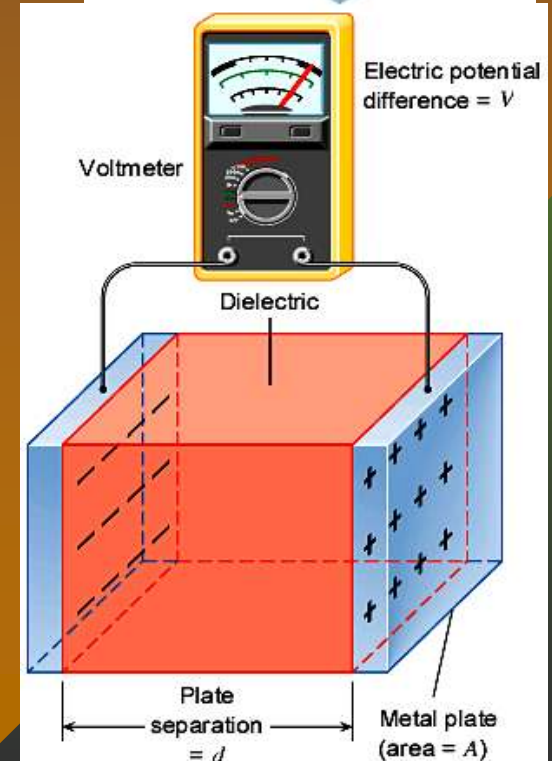
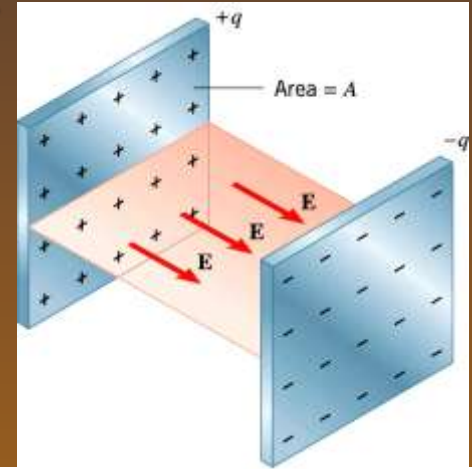
Un desfibrilador usa la energía eléctrica almacenada en un capacitor para liberar una corriente eléctrica controlada, la misma que puede restituir el funcionamiento normal del corazón de una persona víctima de un paro cardíaco.



3.2 CARACTERÍSTICAS DE LA CAPACITANCIA DE UN CONDENSADOR

LA CAPACITANCIA:

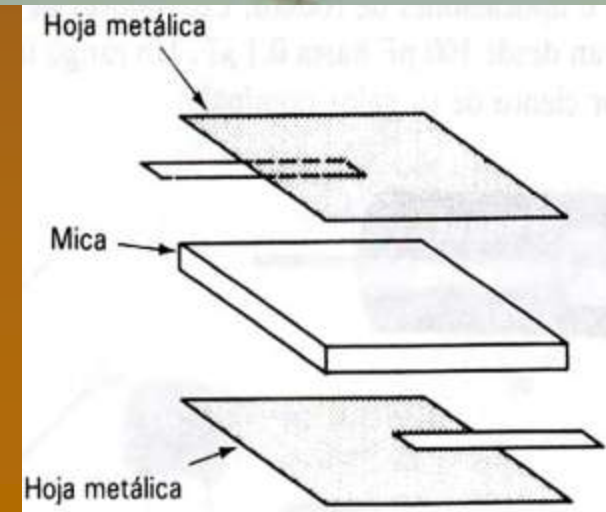
- Es independiente del campo, la carga y de la diferencia de potencial.
- **Depende de la geometría del capacitor:** (a) *forma y tamaño del capacitor;* (b) *posición y orientación relativa entre conductores*
- **Depende del medio que hay entre las placas**
- **No depende del material del cual está hecho las placas**



3.3. Tipos de condensadores

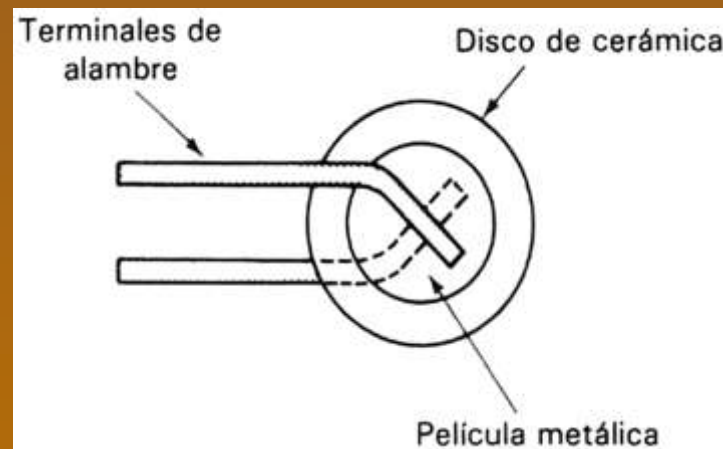
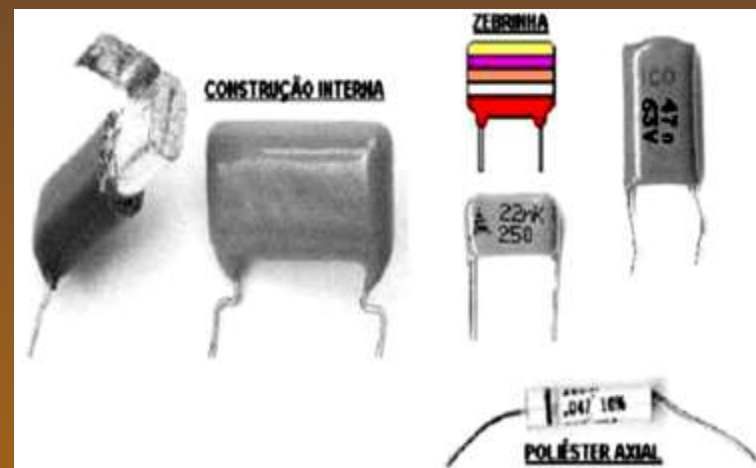
DE MICA

- La mica es un mineral transparente.
- Tiene alta rigidez dieléctrica
- Químicamente es inerte
- Por ello se fabrica capacitores con espesores muy delgados.
- Se fabrica en diversas formas (redondas, rectangulares, etc.).
- La pila construida se envuelve en plástico
- Se puede construir capacitores de capacidades que van de 1pF a 01,pF



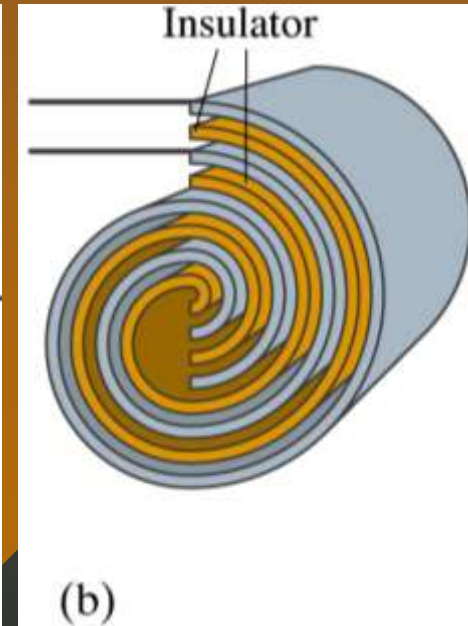
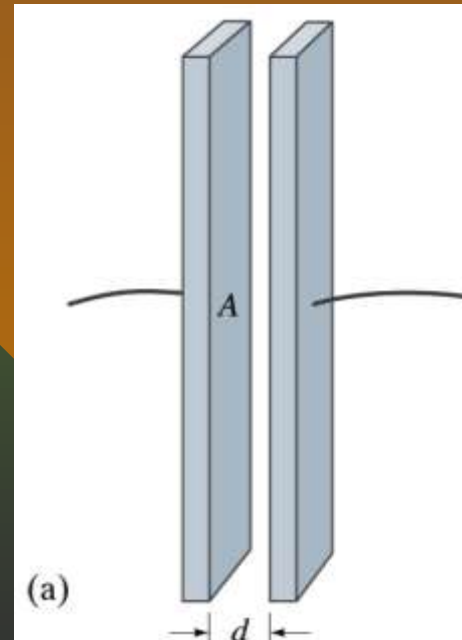
Capacitores de cerámica

- Comercialmente existen dos tipos: (a) de baja constante dieléctrica y (b) de alto K.
- Los primeros se usan en circuitos de alta frecuencia mientras que los otros en circuitos de baja frecuencia.
- Su capacidad varia mucho con la temperatura. Voltaje y frecuencia.
- Las capacidades de alto K van de 100 pF a 0,1 pF.
- Se fabrican en forma de disco con metal ambos lados.
- Requieren de una polaridad



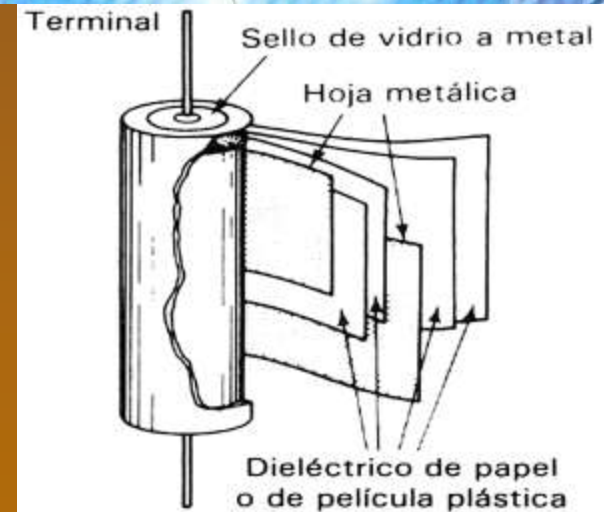
Capacitores de papel

- Son los mas usados
- Tienen bajo costo
- Sus capacidades van de 500pF a 50pF
- Se diseñan para resistir voltejes muy altos.
- Se usan código de colores para especificarlos .



Capacitores de película plástica

- Se construyen de forma análoga a los de papel
- Emplean como dieléctrico hojas muy delgadas de plástico (mylar, teflón, polietileno).
- Su costo es mayor a los de papel
- Sus capacidades van de 500 pF a 1 μ F

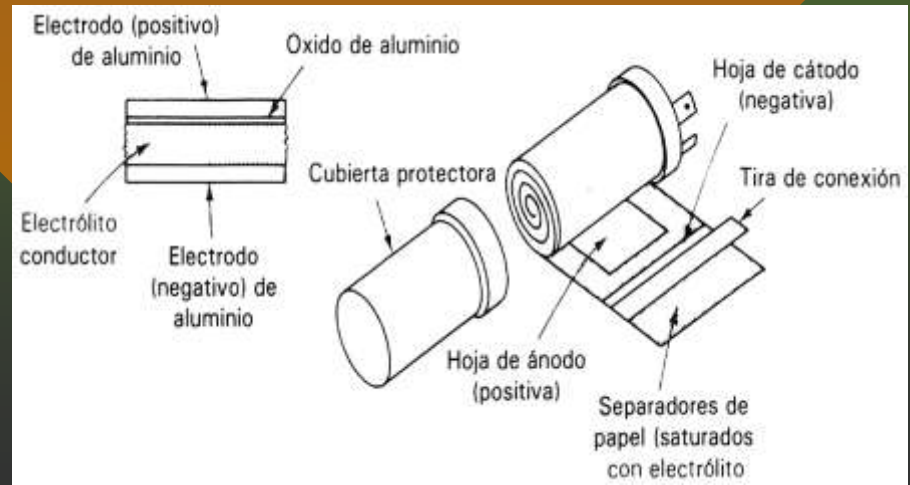


Capacitores electrolíticos

- Se fabrican de aluminio o tantalio
- Su estructura es dos hojas de metal una de las cuales se cubre con una capa de óxido, entre las hojas se coloca un electrolito que moja al papel.
- Tienen polaridad definida y solo se debe instalar correctamente evitando la perforación del capacitor
- Sus capacidades van de $1\ \mu\text{F}$ a $500000\ \mu\text{F}$

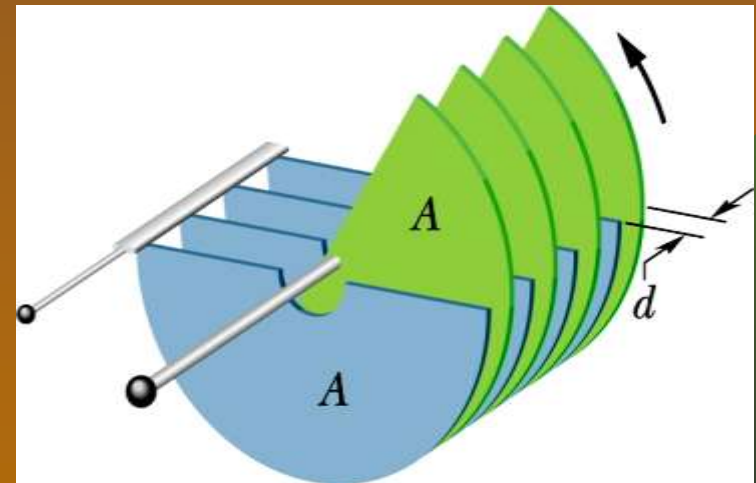
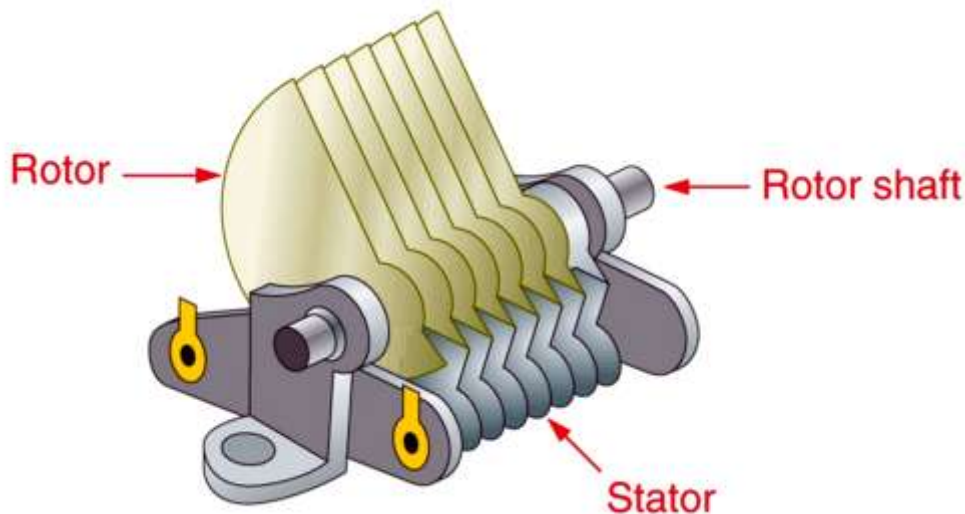
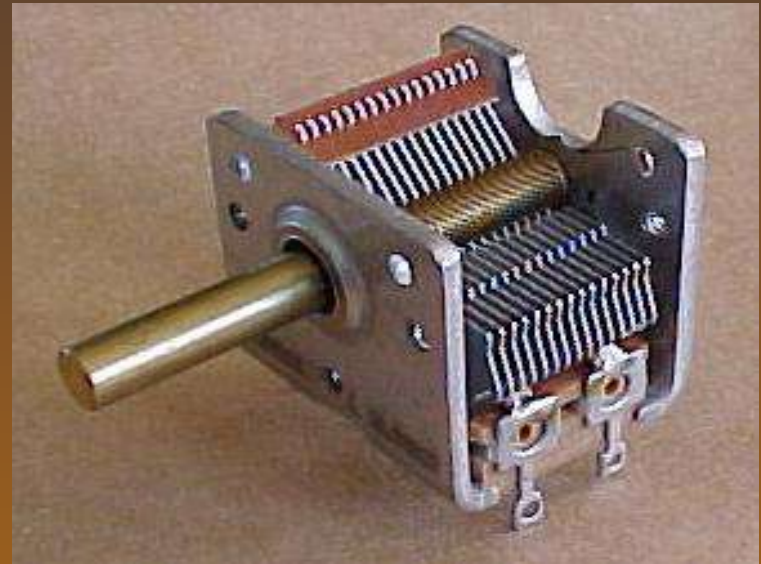
$$C = 220\ \mu\text{F}$$

$$V_{\text{max}} = 400\ \text{V}$$



Condensadores variables

- El capacitor variable de aire se análoga a las resistencias variable.
- Se fabrican uniendo placas metálicas como se muestra
- La separación entre placas debe ser importante

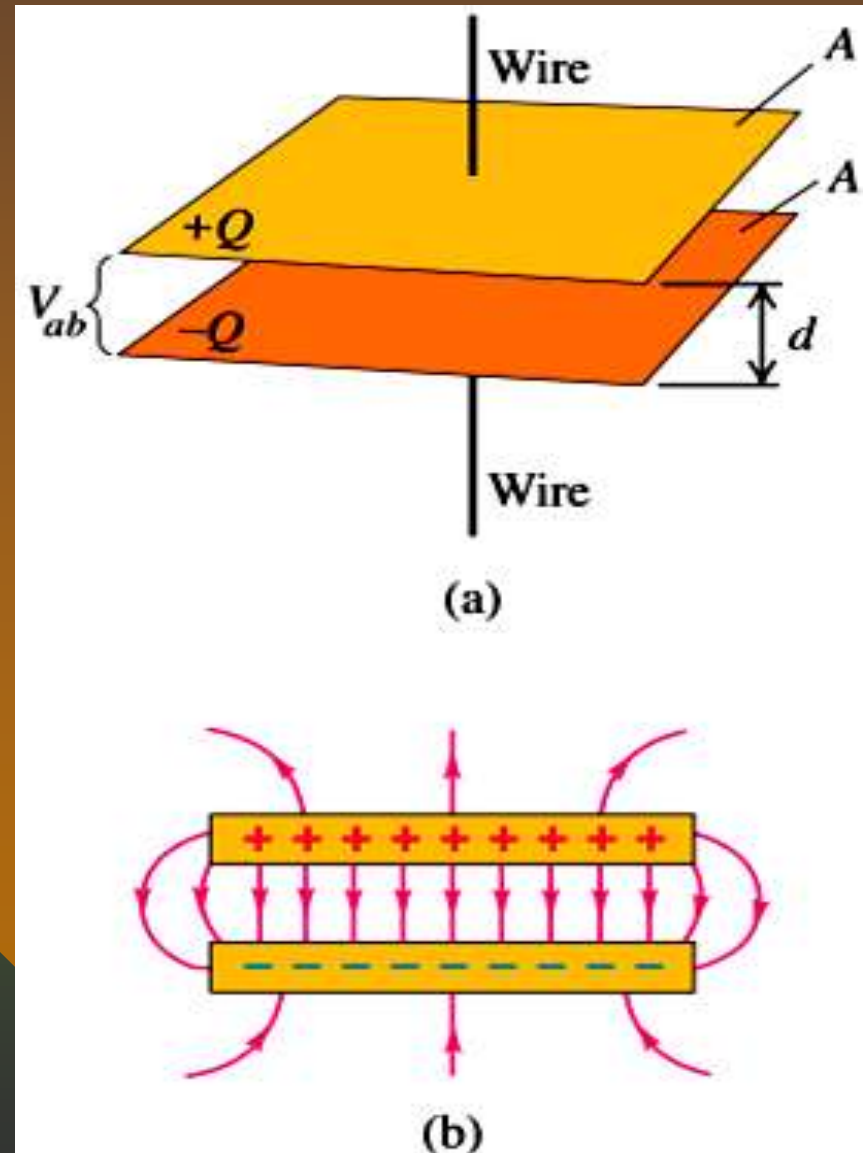


3.4 Seguridad en el uso de capacitores

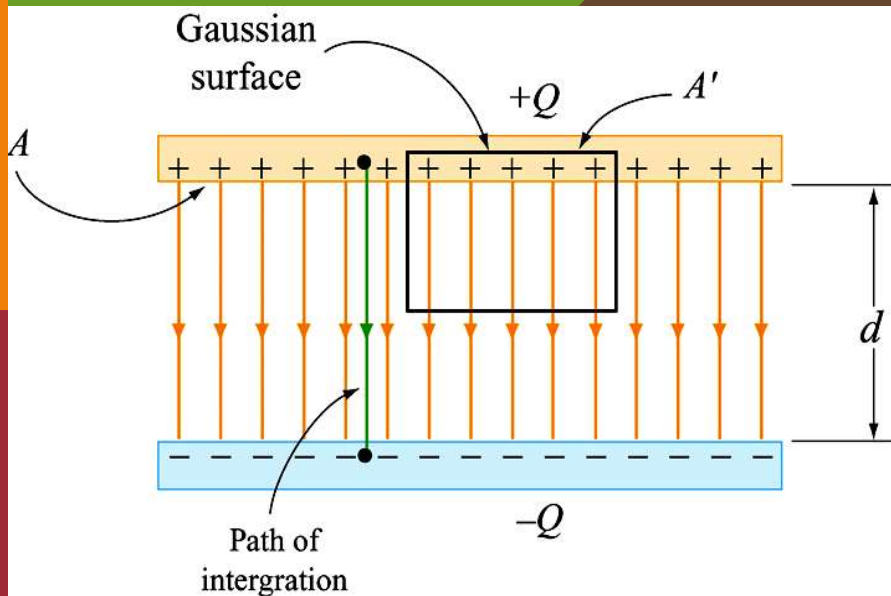
- Un capacitor almacena energía
- Si el capacitor tiene capacidad grande y está cargado a alto voltaje la energía almacenada es grande
- Durante la descarga la energía se libera mediante el flujo de corriente que fluye a través de la conexión
- Si la descarga ocurre en forma accidental a través del cuerpo humano el choque eléctrico es muy doloroso e incluso mortal
- Debido a que un condensador descargado no se distingue de uno cargado representa un peligro oculto para la seguridad. Esto significa que si un capacitor se carga durante su uso, se debe descargar antes de manipularlo o volverlo a guardar en su lugar.
- **Por ello se recomienda que siempre se debe descargar este elemento debe ser conectado con una resistencia**

3.5 Calculo de capacidades: capacitor plano_1

- Un capacitor plano está formado por dos placas paralelas conductoras de área A separadas por una distancia muy pequeña d comparada con las demás dimensiones y que llevan cargas $+Q$ y $-Q$ en la superficie como se muestra en la figura superior.
- Debemos observar que la del campo eléctrico es de la forma mostrada en la figura inferior



Calculo de capacidades: capacitor plano_2



El campo eléctrico entre placas es

$$EA' = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A'}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

La diferencia de potencial entre placas es

$$\Delta V = V_- - V_+ = -\int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{s} = -Ed$$

- Se usa una superficie gaussiana en forma de cubo y se aplica la ley de Gauss.

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

Debido a que el potencial en la placa positiva es mayor que en la negativa entonces

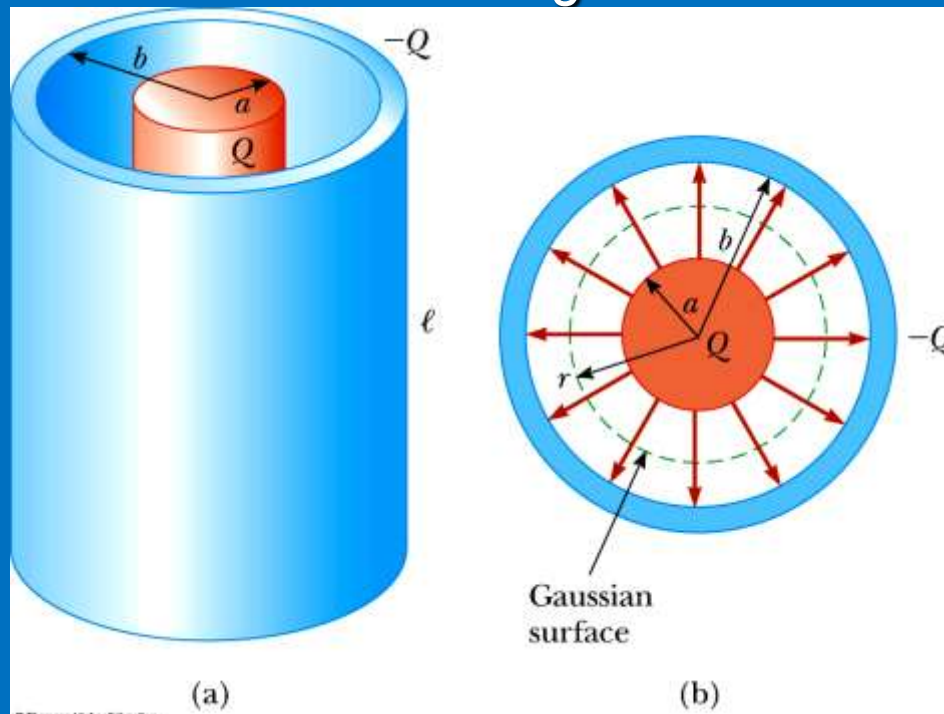
$$|\Delta V| = Ed$$

- La capacidad será

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Calculo de capacidades: capacitor cilindrico_1

Otra configuración de importancia es la mostrada en la figura a, la que constituye un *capacitor cilíndrico* el cual consta de un cilindro sólido de radio a sobre la que se distribuido uniformemente una carga $+q$ con una densidad de carga $+\lambda$, rodeado por una cáscara cilíndrica de radio interno b la cual lleva una carga uniformemente distribuido $-q$ con una densidad de carga por unidad de longitud $-\lambda$. Ambos cilindros tienen una longitud L .



25-3. Calculo de la capacidad de un Capacitor Cilíndrico

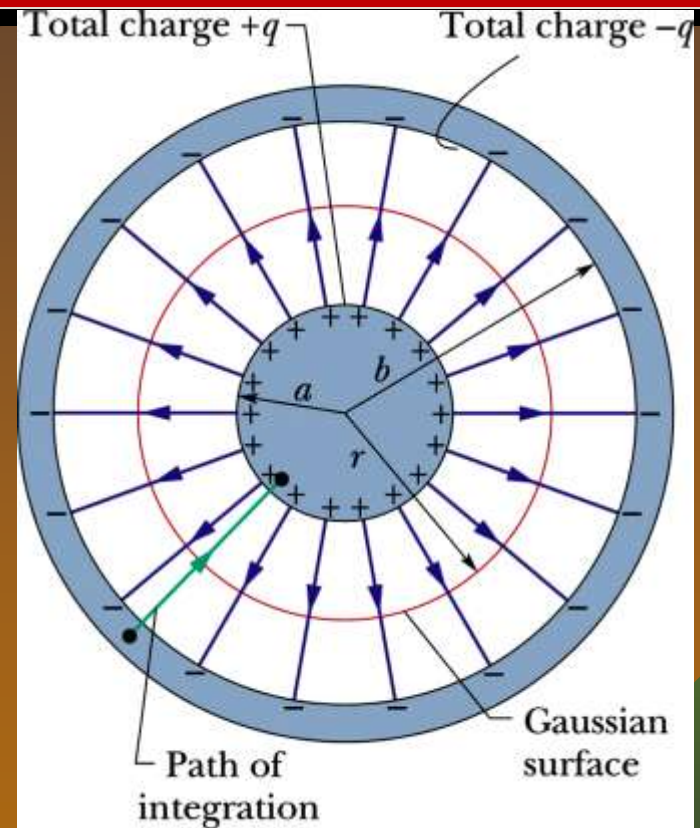
$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E(2\pi rL) = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{(2\pi rL)\epsilon_0}$$

$$V = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_+^- \vec{E} \cdot dr\hat{r} = \int_a^b \frac{q}{(2\pi L)\epsilon_0} \frac{dr}{r}$$

$$V = \frac{q}{(2\pi L)\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

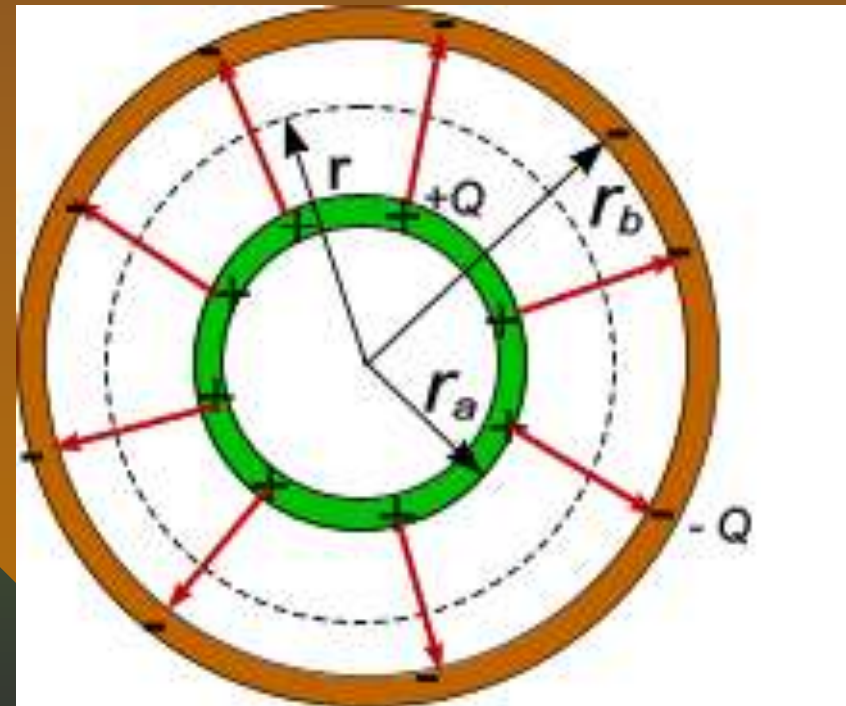
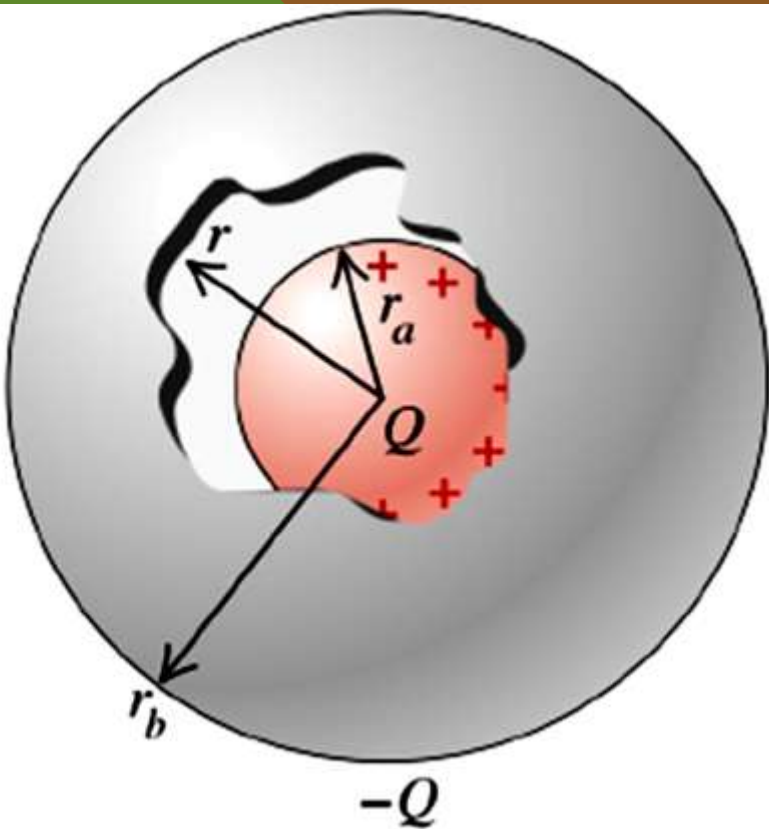
$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{(2\pi L)\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{(2\pi L)\epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$



$$C/L = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Calculo de capacidades: capacitor esférico_1

Un *capacitor esférico* el que consta de dos cascarones esféricos conductores concéntricos de radios r_a y r_b sobre los que se ha distribuido cargas $+Q$ y $-Q$ en sus superficies con una densidad de carga σ .



Calculo de capacidades: capacitor esférico_2

- Aplicando la ley de Gauss

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\sigma(4\pi r_a^2)}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma r_a^2}{\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

$$V_- - V_+ = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_a^b \frac{\sigma r_a^2}{\epsilon_0 r^2} dr$$

$$\Delta V = V_+ - V_- = \frac{\sigma r_a^2}{\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$$

- La capacidad del condensador esférico es

$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{\frac{\sigma r_a^2}{\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_b} \right)}$$

$$C = \frac{\sigma(4\pi r_a^2)}{\frac{\sigma r_a^2}{\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_b} \right)}$$

$$C_{22} = \frac{4\pi\epsilon_0 (r_b r_a)}{r_b - r_a}$$

Ejemplo de aplicación

- Dos esferas de radios a y b cuyos centros están separados una distancia d . Muestre que la capacitancia del sistema es

$$C \approx \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{d}}$$

- Donde d es mucho mayor que los radios.

Solución

- (a) Put charge Q on the sphere of radius a and $-Q$ on the other sphere. Relative to $V = 0$ at infinity,

the potential at the surface of a is $V_a = \frac{k_e Q}{a} - \frac{k_e Q}{d}$

and the potential of b is $V_b = \frac{-k_e Q}{b} + \frac{k_e Q}{d}$.

The difference in potential is $V_a - V_b = \frac{k_e Q}{a} + \frac{k_e Q}{b} - \frac{k_e Q}{d} - \frac{k_e Q}{d}$

and $C = \frac{Q}{V_a - V_b} = \boxed{\left(\frac{4\pi \epsilon_0}{(1/a) + (1/b) - (2/d)} \right)}$.

- (b) As $d \rightarrow \infty$, $\frac{1}{d}$ becomes negligible compared to $\frac{1}{a}$. Then,

$$C = \frac{4\pi \epsilon_0}{1/a + 1/b} \text{ and } \frac{1}{C} = \boxed{\frac{1}{4\pi \epsilon_0 a} + \frac{1}{4\pi \epsilon_0 b}}$$

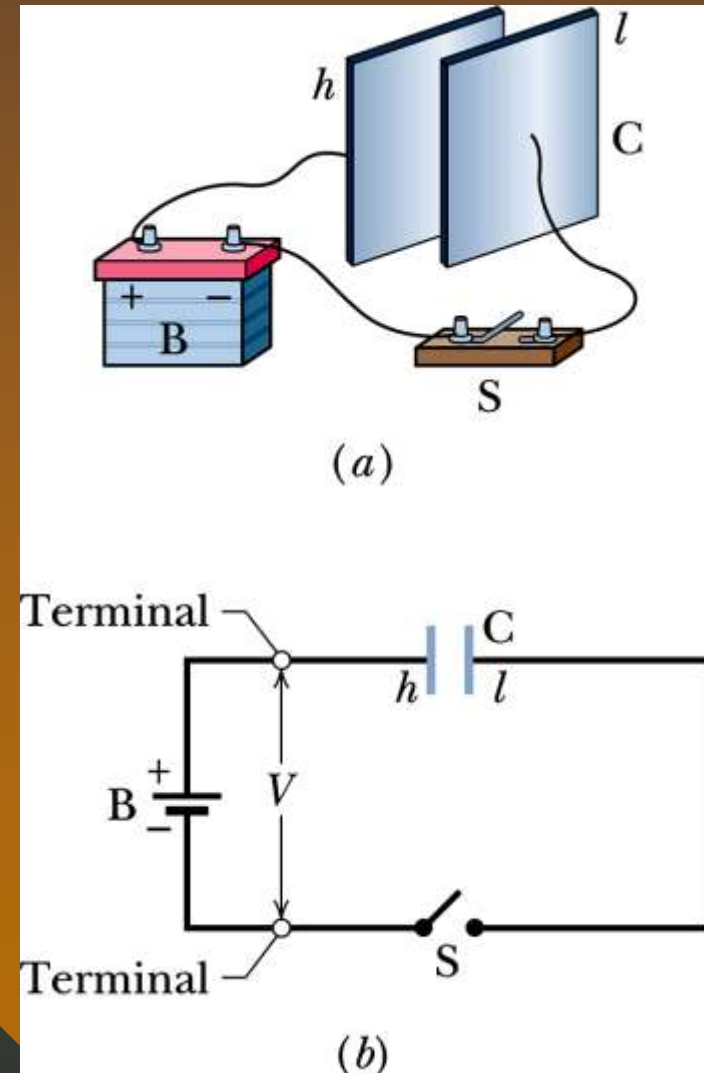
as for two spheres in series.

3.6 CAPACITORES EN CIRCUITOS ELÉCTRICOS.

- Un capacitor es un dispositivo que se utiliza para almacenar carga en sus placas y como tal almacenar energía en su campo eléctrico
- Esta energía almacenada puede ser utilizada posteriormente para hacer funcionar otros dispositivos eléctricos y electrónicos.
- Para lograr este objetivo es necesario proceder a cargar el condensador, para ello se conecta las placas del capacitor a las terminales de una batería tal como se muestra en la figura.
- Es la batería la encargada de mantener la diferencia de potencial .
- Al hacer la conexión habrá un reparto de carga entre las terminales y las placas. Por ejemplo, la placa que es conectada a la terminal positiva de la batería adquiere alguna carga positiva mientras que la placa conectada a la terminal negativa adquiere alguna carga negativa, la cantidad de carga acumulada en las placas depende de la capacidad del capacitor.

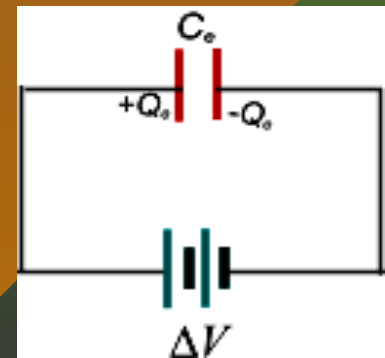
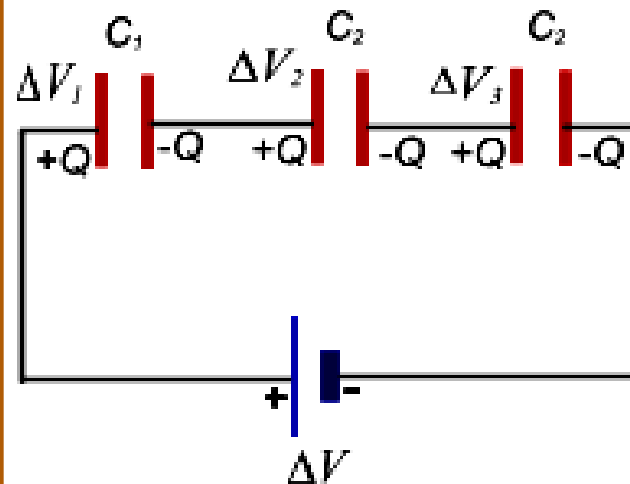
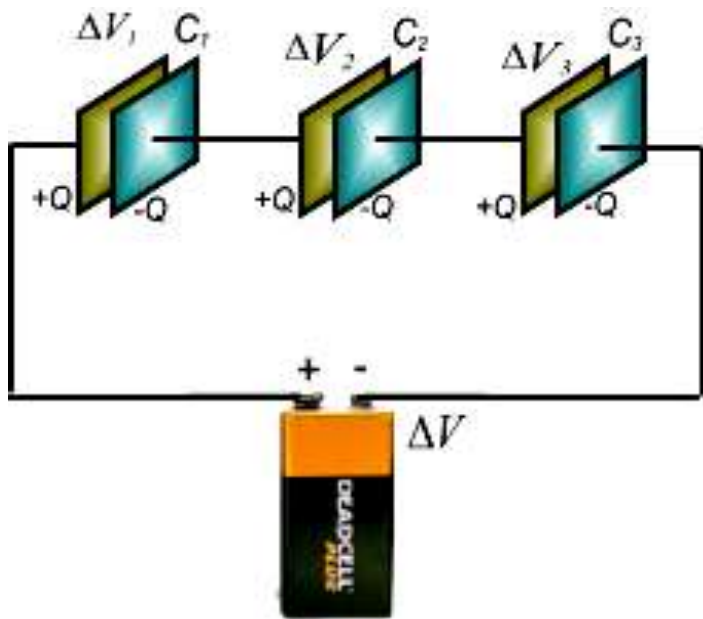
3.7 CAPACITORES EN CIRCUITOS ELÉCTRICOS_ continuación

- El reparto de carga ocasiona una disminución momentánea de cargas en las terminales de la batería y como tal una disminución en el voltaje en las terminales.
- Para mantenerse dicha diferencia de potencial ocurren reacciones químicas en el interior de la batería con la finalidad de compensar la "pérdida" de carga



3.8 CAPACITORES EN SERIE

- Supongamos que tenemos tres capacitores inicialmente descargados C_1 , C_2 y C_3 los mismos que se conectan en serie, como se muestra en la figura.



CAPACITORES EN SERIE_2

- La diferencia de potencial en cada uno de los condensadores será

$$\Delta V_1 = \frac{Q}{C_1}; \quad \Delta V_2 = \frac{Q}{C_2}; \quad \text{y} \quad \Delta V_3 = \frac{Q}{C_3}$$

- La diferencia de potencial entre los extremos es

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3$$

- Remplazando la ecuación anterior da

$$\frac{Q}{C_e} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

- Simplificando

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

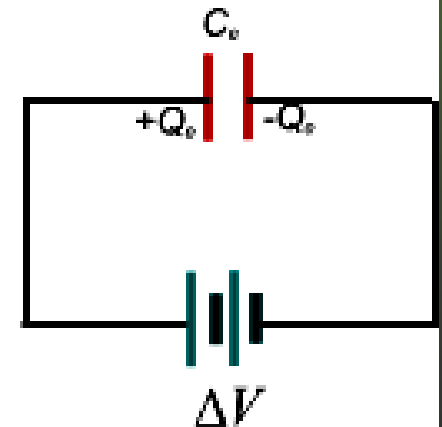
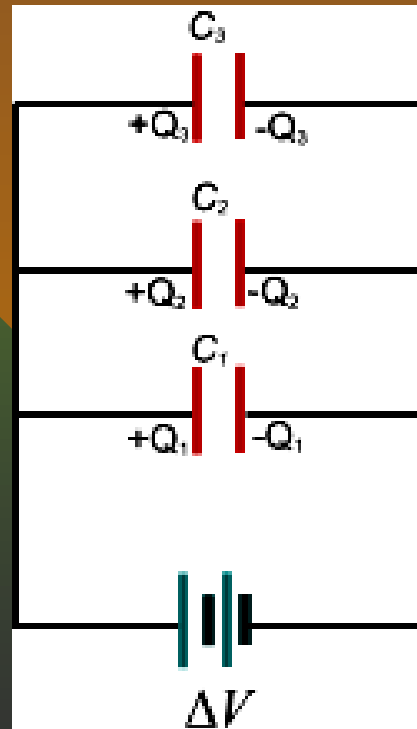
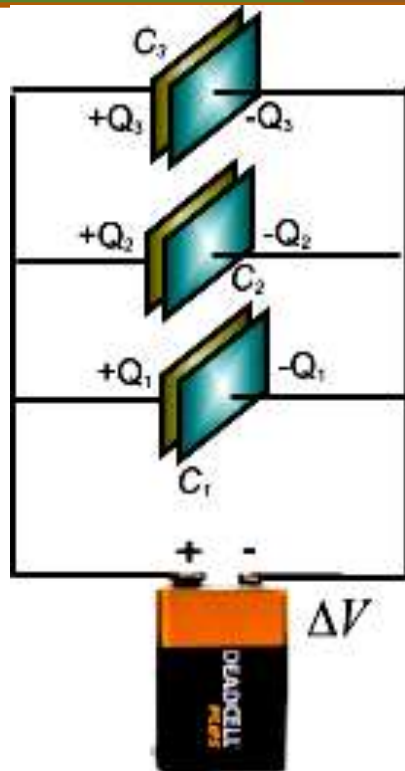
- La generalización a N condensadores

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_i} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

$$\frac{1}{C_e} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$

3.9 Capacitores en paralelo

- En la figura se muestra la conexión de tres condensadores cuyas capacidades son C_1 , C_2 y C_3 conectados en paralelo, es decir las placas izquierdas de todos los condensadores son conectadas a la terminal positiva, entonces estarán al mismo potencial que la terminal positiva V_+ , mientras que sus placas derechas a la terminal negativa de la batería por lo tanto estarán al mismo potencial que la terminal negativa V_- .



CAPACITORES EN PARALELO_2

- Las diferencias de potenciales serán iguales, es decir
- Al remplazar la segunda ecuación en la tercera resulta

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3$$

$$Q = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V + C_3 \Delta V = (C_1 + C_2 + C_3) \Delta V$$

- La capacidad de cada uno de los condensadores será
- De donde se obtiene la capacidad equivalente

$$C_1 = \frac{Q_1}{\Delta V}; \quad C_2 = \frac{Q_2}{\Delta V}; \quad \text{y} \quad C_3 = \frac{Q_3}{\Delta V}$$

$$C_e = \frac{Q}{\Delta V} = C_1 + C_2 + C_3$$

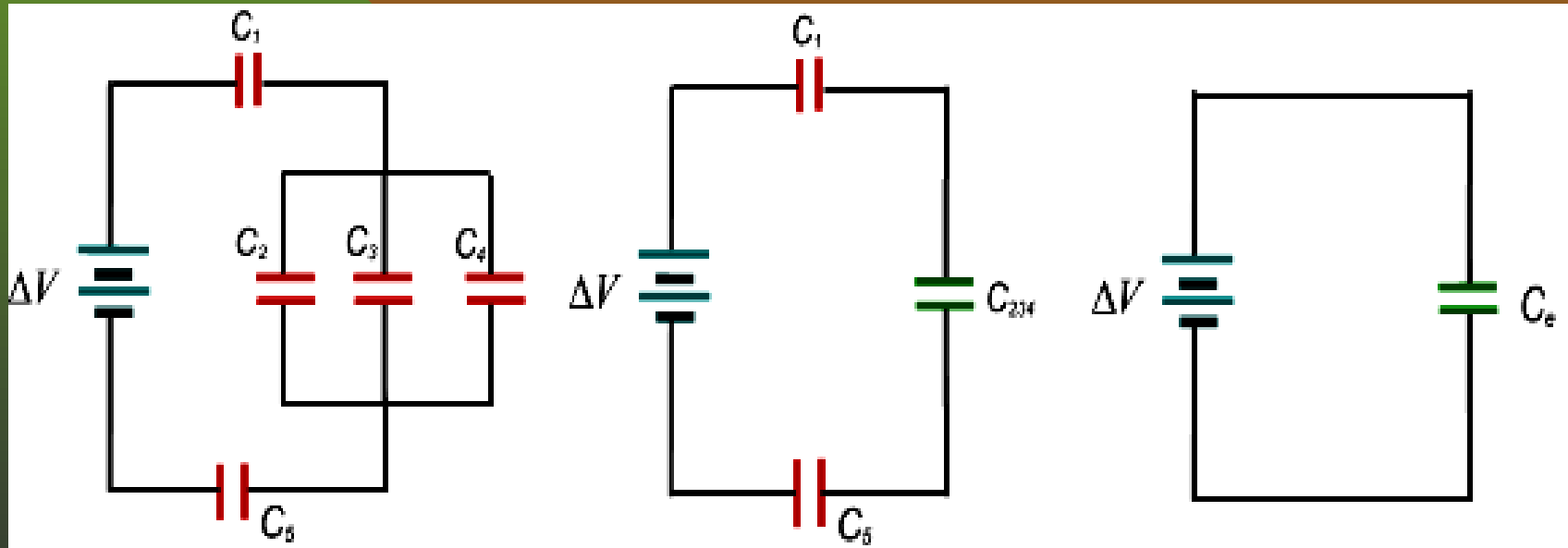
- La carga total positiva del sistema es

$$Q_e = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$C_e = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_i + \dots + C_N$$

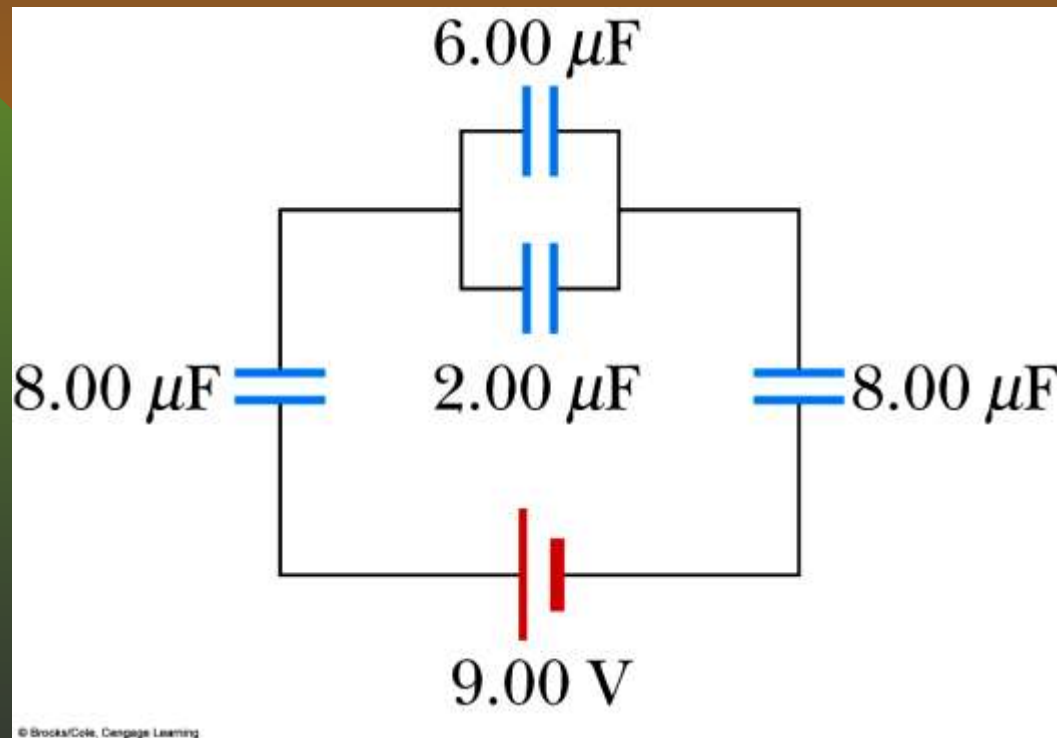
CONEXIÓN MIXTA

- En la figura, se muestra un circuito capacitivo con varios capacitores conectados a una fuente de tensión que le proporciona una diferencia de potencial. Es nuestro objetivo, determinar la capacitancia equivalente del circuito



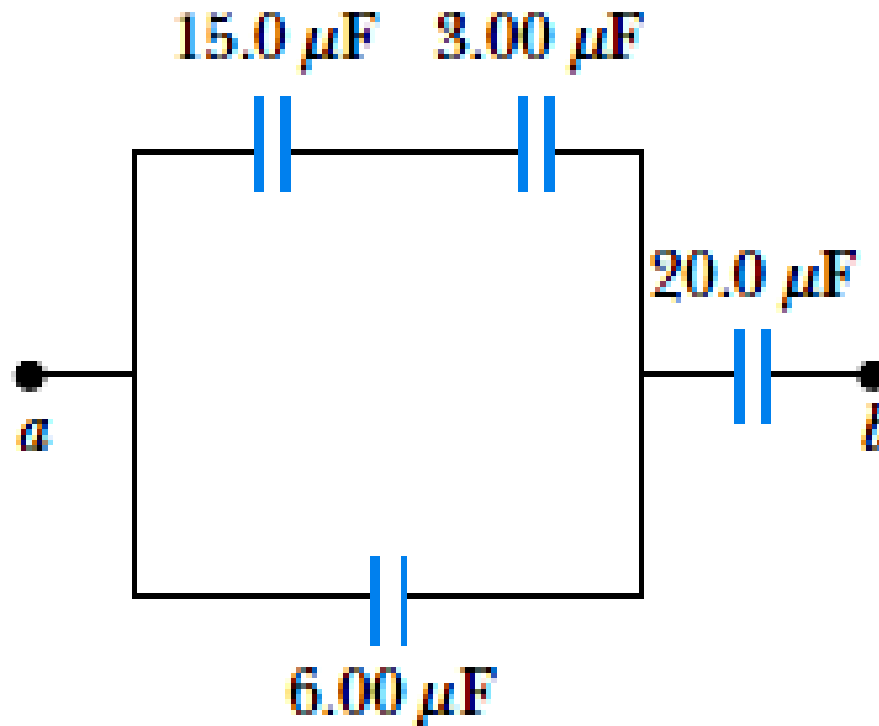
EJEMPLO DE APLICACIÓN 01

En el circuito capacitivo mostrado en la figura. Determine: (a) La capacidad equivalente, (b) la carga almacenada por cada uno de los capacitores y (c) La diferencia de potencial entre las terminales de cada capacitor



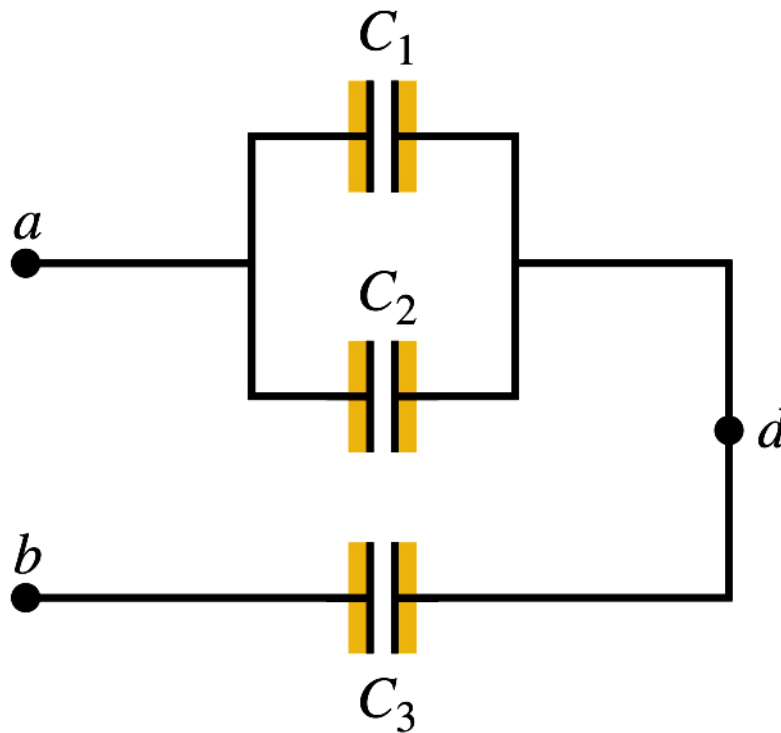
EJEMPLO DE APLICACIÓN 02

Cuatro capacitores están conectados como se muestra en la figura. (a) Encuentre la capacitancia equivalente entre los puntos a y b. (b) calcule la carga de cada uno de los capacitores si $\Delta V_{ab} = 15 \text{ V}$.



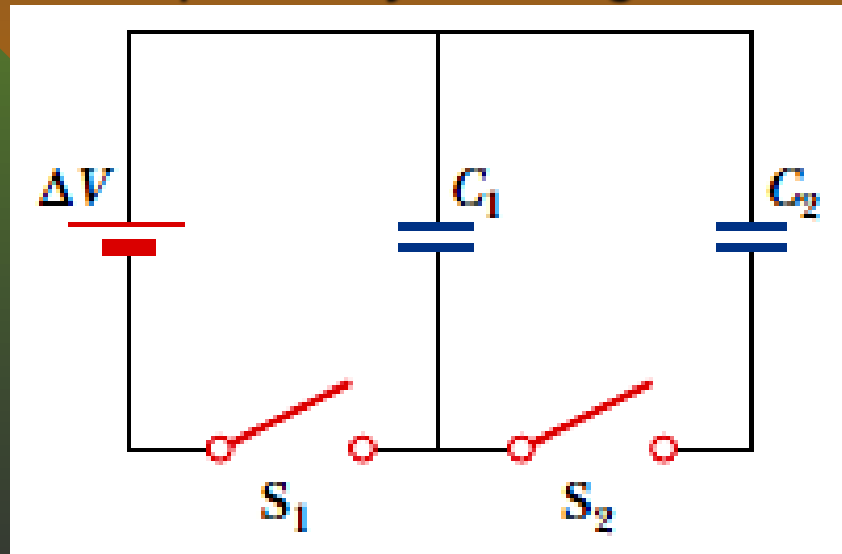
EJEMPLO DE APLICACIÓN 03

En el circuito mostrado en la figura $C_1 = 3 \mu\text{F}$; $C_2 = 5 \mu\text{F}$, $C_3 = 6 \mu\text{F}$. Si entre los bornes a y b se aplica una diferencia de potencial $V_{ab} = +24 \text{ V}$. Determine: (a) La carga en cada uno de los capacitores, (b) la diferencia de potencial en cada uno de los capacitores y (c) la diferencia de potencial entre los puntos a y d



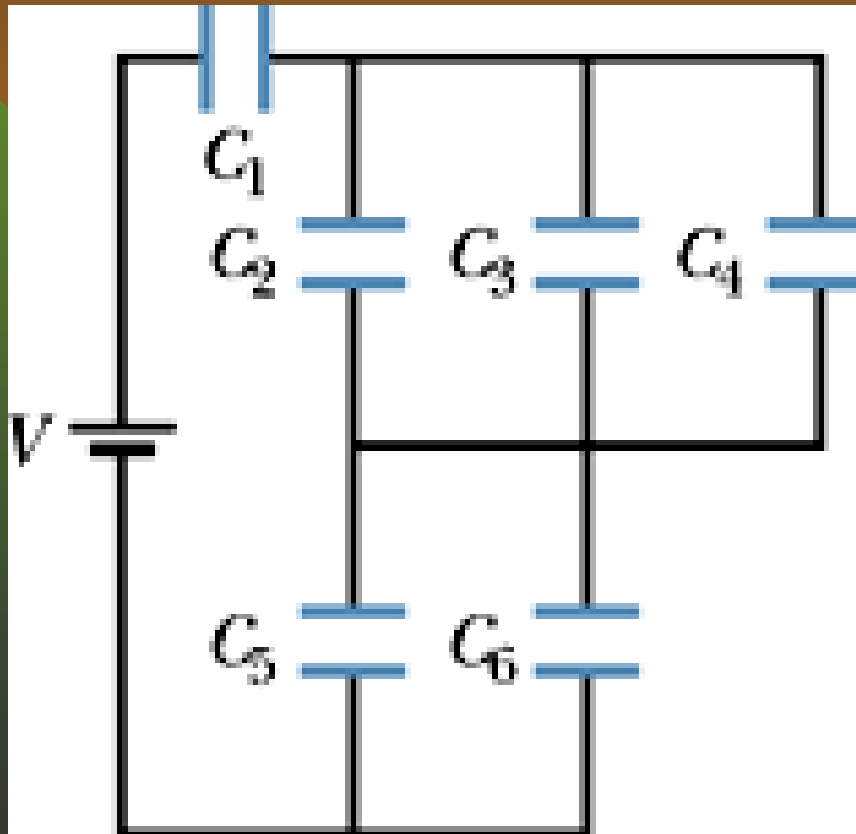
Ejemplo de aplicación 04

- Considerando el circuito mostrado, donde $C_1 = 6.00 \mu\text{F}$ y $C_2 = 3.00 \mu\text{F}$ con $\Delta V = 20.0\text{V}$. Primero se carga el capacitor C_1 cerrando interruptor S_1 . Después este interruptor S_1 se abre para conectar el capacitor cargado con el capacitor C_2 descargado al cerrar S_2 . Calcular la carga inicial adquirida por C_1 y la carga final de cada uno de ellos.



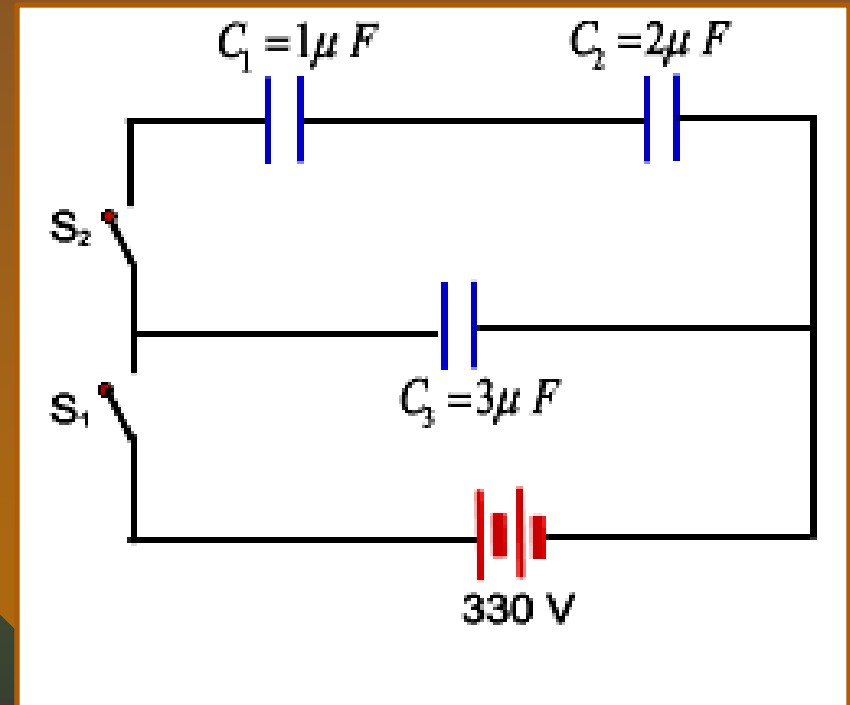
Ejemplo de aplicación 05

En el circuito capacitivo mostrado en la figura se tiene que $V = 12 \text{ V}$; $C_1 = C_5 = C_6 = 6 \mu\text{F}$ y $C_2 = C_3 = C_4 = 4 \mu\text{F}$. Determine: (a) La carga neta almacenada por los capacitores y (b) La carga en el capacitor C_4 .



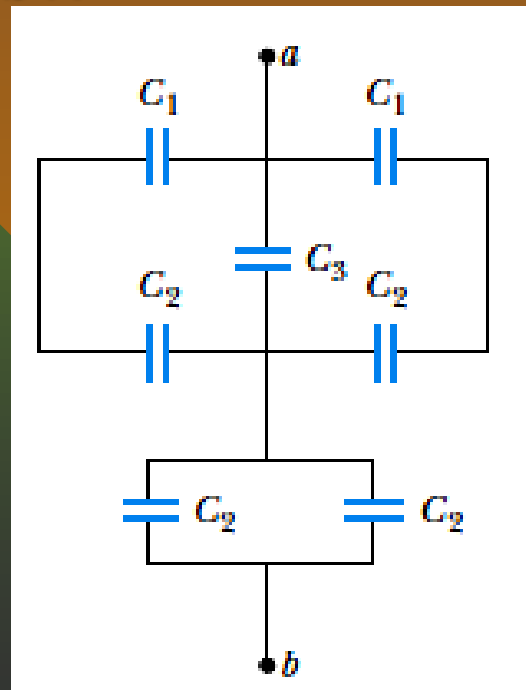
Ejemplo de aplicación 06

- Tres condensadores se conectan tal como se muestra en la figura. Se cierra el interruptor S_1 y el condensador C_3 se carga a una diferencia de potencial de 330 V . Luego se abre S_1 y se cierra S_2 . (a) ¿Cuál es la diferencia de potencial en cada uno de los condensadores? (b) ¿Cuál es la carga en cada uno de los condensadores?



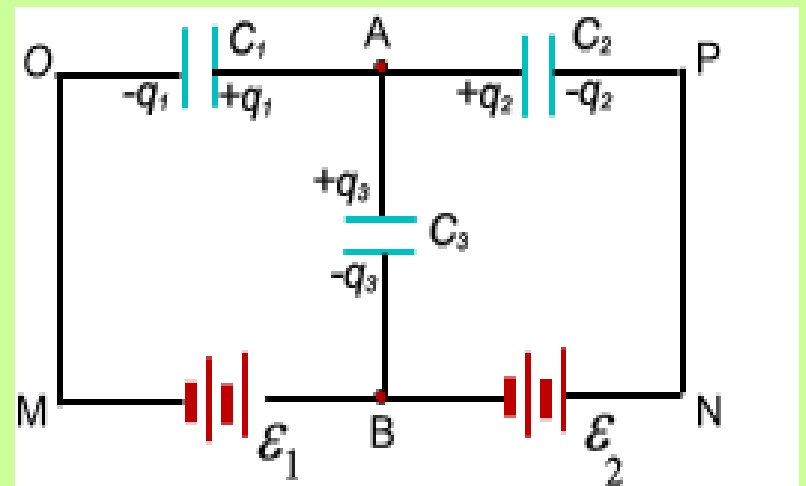
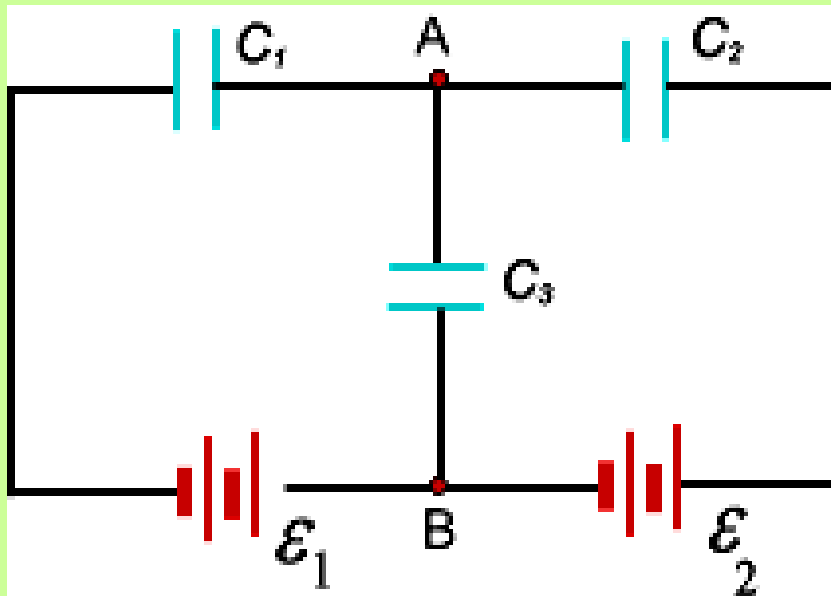
Ejemplo de aplicación 07

Determinar la capacidad equivalente entre los puntos *a* y *b* para el grupo de capacitores conectados como se muestra en la figura. Utilice los valores $C_1 = 5 \mu\text{F}$, $C_2 = 10 \mu\text{F}$ y $C_3 = 2 \mu\text{F}$. Si entre los extremos *a* y *b* se establece una diferencia de potencial de 50 V, ¿Cuál será la carga en los capacitores cercanos a la terminal *b*?



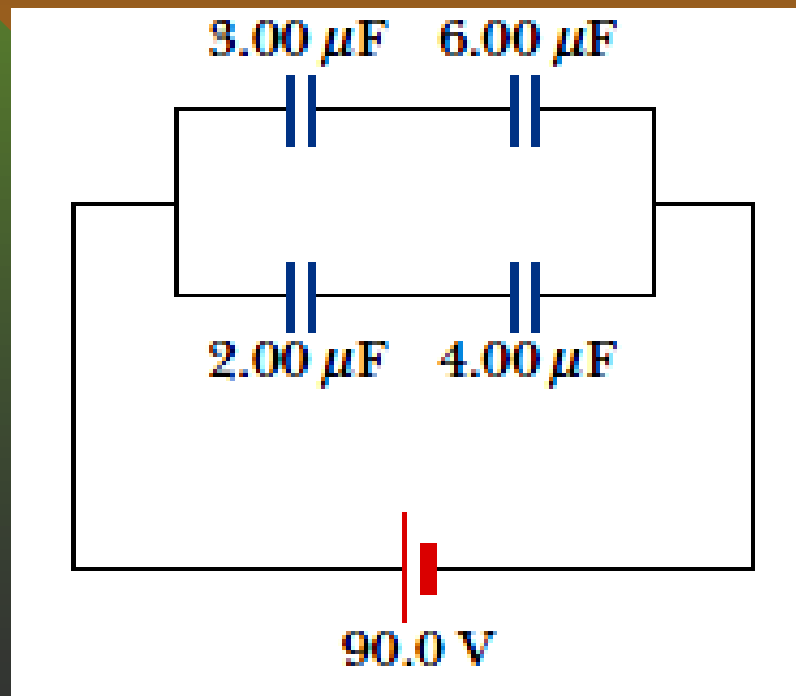
Ejemplo de aplicación 08

Halle la diferencia de potencial $V_A - V_B$ entre los puntos A y B del circuito mostrado.



Ejemplo de aplicación 09

Para el sistema de condensadores que se muestra en la figura. Halle: (a) La diferencia de potencial entre *a* y *b* cuando el interruptor *S* se encuentra abierto. (b) El potencial eléctrico del punto *b* cuando el interruptor *S* está cerrado. (c) la carga en cada condensador cuando *S* está cerrado. (d) la energía total almacenada cuando *S* está cerrado



Ejemplo de aplicación 10

Un capacitor de $10 \mu\text{F}$ tiene sus placas en el vacío. Cada una de ellas tiene una carga de $1000 \mu\text{C}$. De la placa positiva se dispara hacia la placa negativa una partícula cargada con una carga $q_0 = -3,00 \mu\text{C}$ y de masa $2 \cdot 10^{-16} \text{ kg}$, con una velocidad inicial de $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. Logrará esta partícula llegar hasta la placa negativa?. De ser así determine su velocidad de impacto. De lo contrario ¿cuál es el espacio entre las placas que recorre?.

solución

The original kinetic energy of the particle is

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2 \times 10^{-16} \text{ kg})(2 \times 10^6 \text{ m/s})^2 = 4.00 \times 10^{-4} \text{ J}.$$

The potential difference across the capacitor is $\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{1000 \mu\text{C}}{10 \mu\text{F}} = 100 \text{ V}.$

For the particle to reach the negative plate, the particle-capacitor system would need energy

$$U = q\Delta V = (-3 \times 10^6 \text{ C})(-100 \text{ V}) = 3.00 \times 10^{-4} \text{ J}.$$

Since its original kinetic energy is greater than this, the particle will reach the negative plate

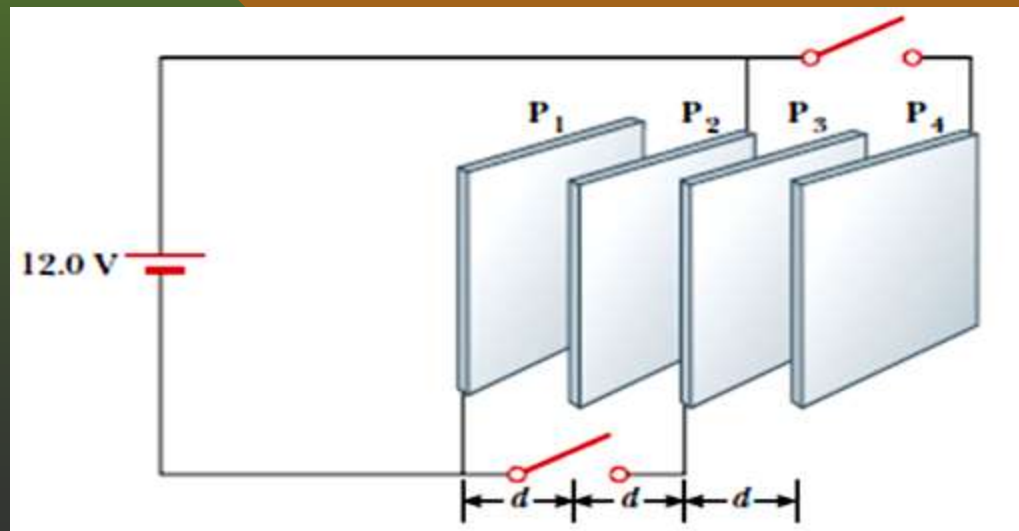
As the particle moves, the system keeps constant total energy

$$(K + U)_{\text{at +plate}} = (K + U)_{\text{at -plate}} : \quad 4.00 \times 10^{-4} \text{ J} + (-3 \times 10^6 \text{ C})(+100 \text{ V}) = \frac{1}{2}(2 \times 10^{-16})v_f^2 + 0$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2(1.00 \times 10^{-4} \text{ J})}{2 \times 10^{-16} \text{ kg}}} = \boxed{1.00 \times 10^6 \text{ m/s}}.$$

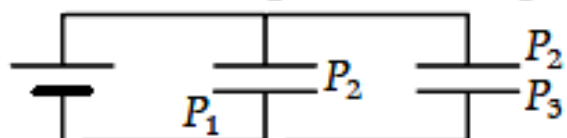
Ejemplo de aplicación 11

- Cuatro placas paralelas P_1 , P_2 , P_3 y P_4 , cada una de área $A = 7,50 \text{ cm}^2$, están separadas sucesivamente por una distancia $d = 1,19 \text{ mm}$, como se muestra en la figura. La placa P_1 es conectada a la terminal negativa de una batería, y P_2 a la terminal positiva. La batería mantiene una diferencia de potencial de 12 V . (a) Si P_3 es conectada a la terminal negativa, cuál es la capacitancia del sistema de tres placas $P_1P_2P_3$?. (b) cual es la carga sobre P_2 ?. (c) Si P_4 es ahora conectada a la terminal positiva de la batería, cuál es la capacitancia del sistema de cuatro placas $P_1P_2P_3$?- ¿Cuál es la carga sobre P_4 ?



solución

- (a) Each face of P_2 carries charge, so the three-plate system is equivalent to



Each capacitor by itself has capacitance

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} = \frac{1(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2) 7.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot 1.19 \times 10^{-3} \text{ m}} = 5.58 \text{ pF}.$$

$$\text{Then equivalent capacitance} = 5.58 + 5.58 = \boxed{11.2 \text{ pF}}.$$

(b) $Q = C\Delta V + C\Delta V = 11.2 \times 10^{-12} \text{ F}(12 \text{ V}) = \boxed{134 \text{ pC}}$

- (c) Now P_3 has charge on two surfaces and in effect three capacitors are in parallel:

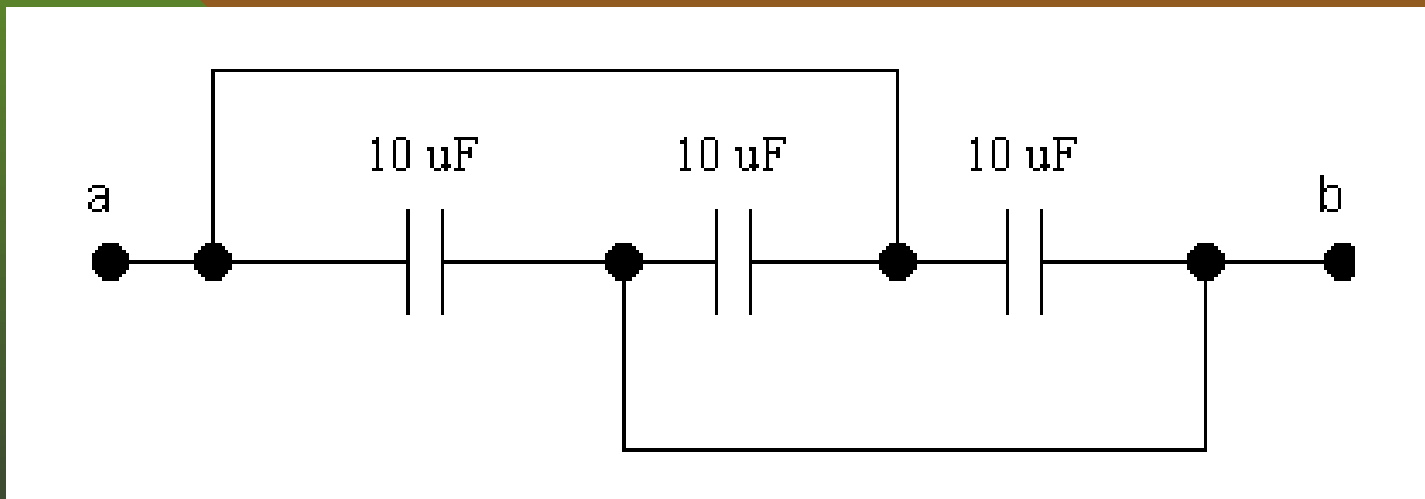
$$C = 3(5.58 \text{ pF}) = \boxed{16.7 \text{ pF}}.$$

- (d) Only one face of P_4 carries charge:

$$Q = C\Delta V = 5.58 \times 10^{-12} \text{ F}(12 \text{ V}) = \boxed{66.9 \text{ pC}}.$$

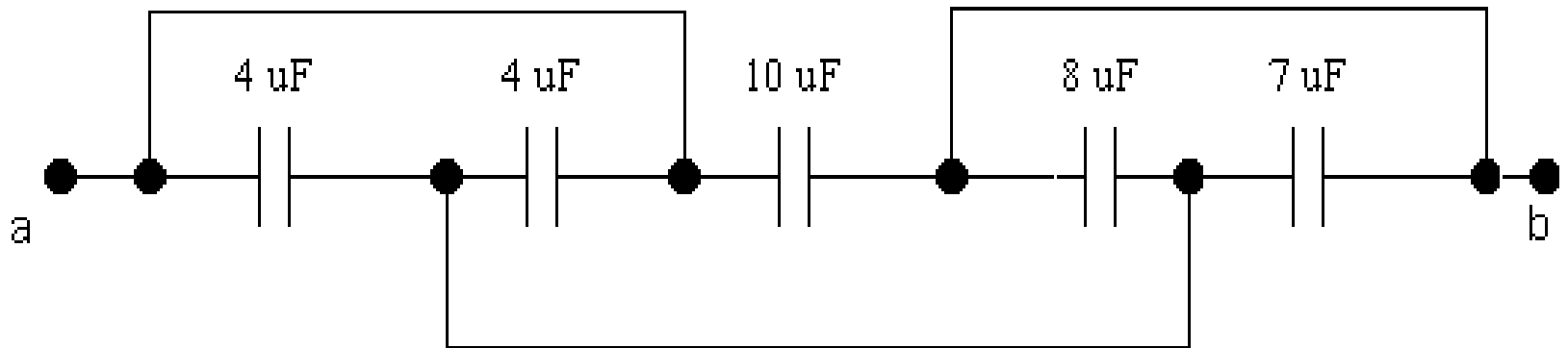
Ejemplo de aplicación 12

- Determine la capacidad equivalente en el circuito capacitivo mostrado en la figura. Si entre los extremos a y b se aplica una diferencia de potencial de 100 V. ¿Cuál es la carga en cada capacitor?



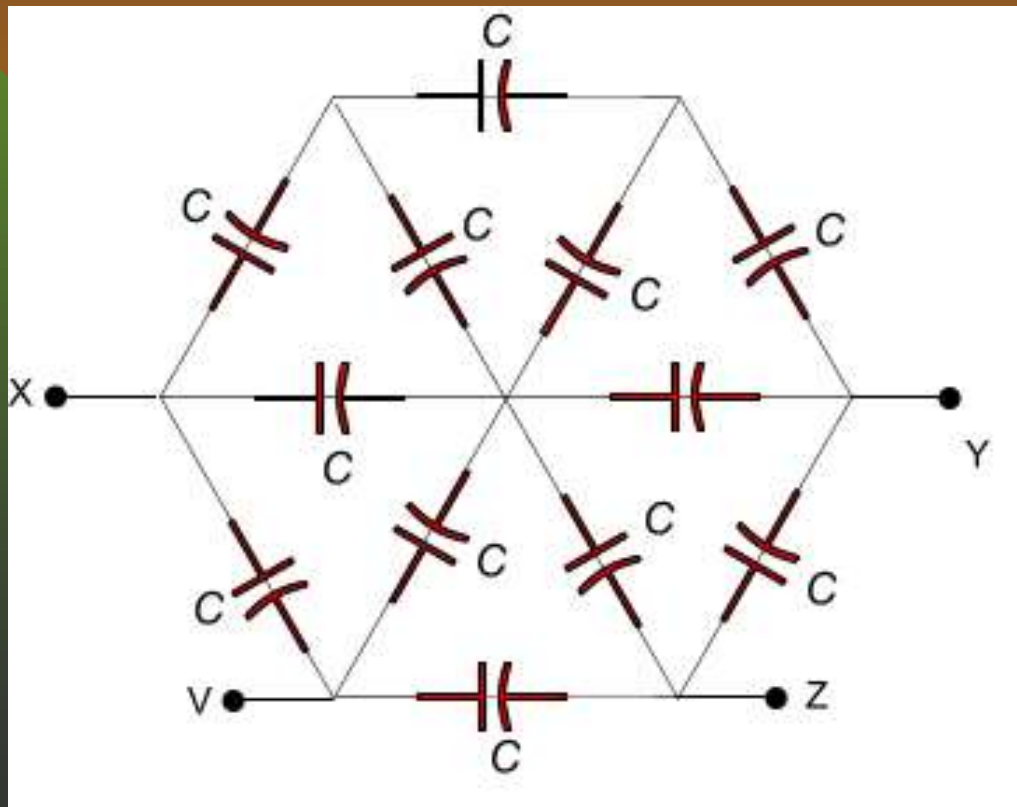
Ejemplo de aplicación 13

- Determine la capacidad equivalente en el circuito capacitivo mostrado en la figura



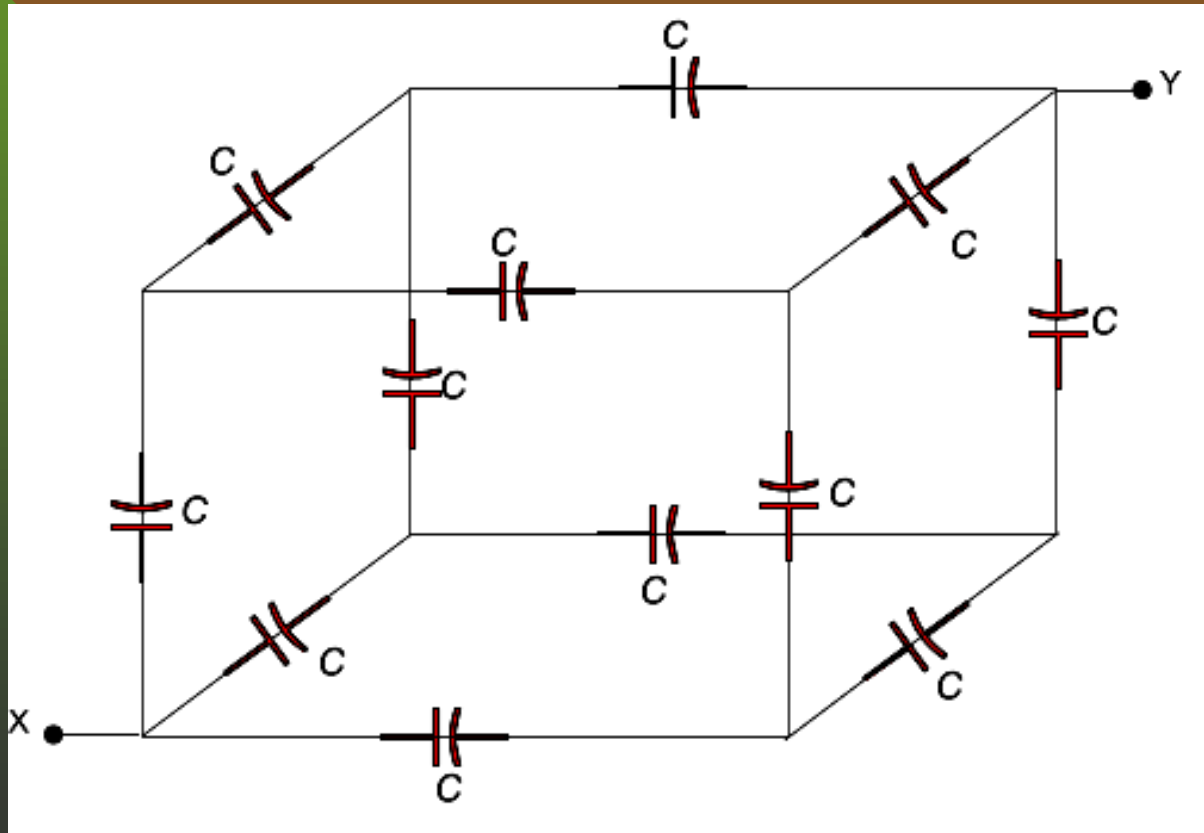
Ejemplo 14

- En el circuito capacitivo mostrado en la figura todos los capacitores tienen igual capacidad " C ". Determine la capacidad equivalente entre los puntos: (a) X-Y; (b) V-Z y X-Z



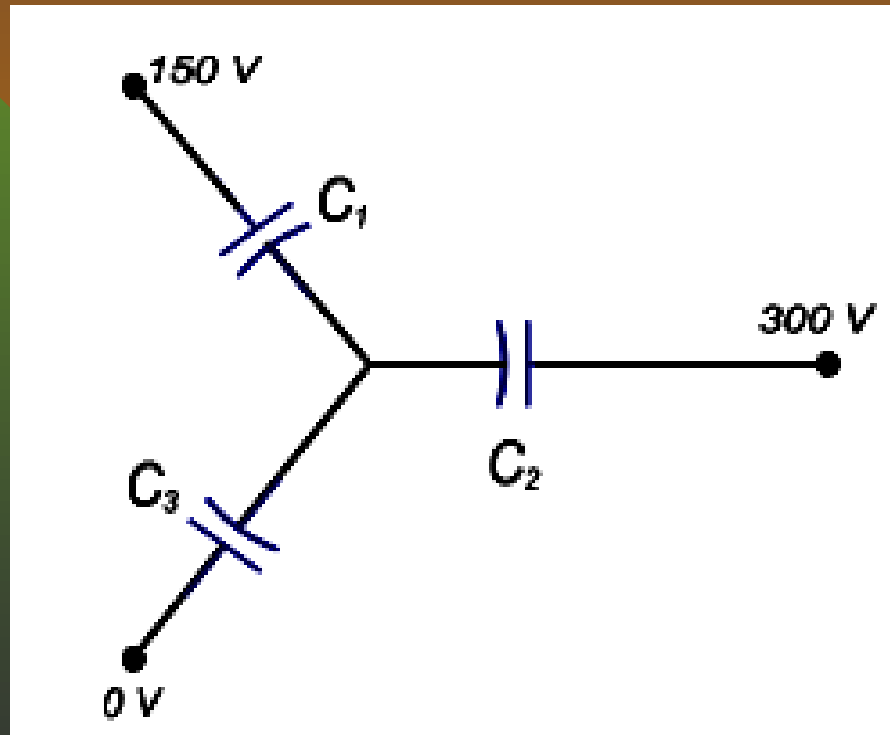
Ejemplo 15

- Hallar la capacidad equivalente entre los bornes X e Y del circuito capacitivo mostrado en la figura si todos los capacitores tienen igual capacidad.



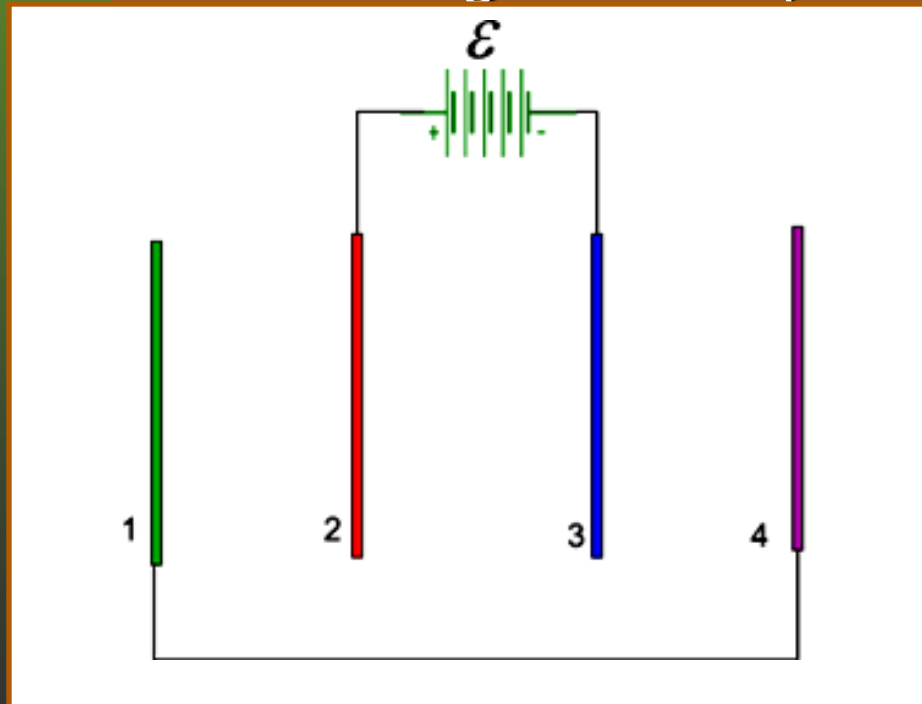
Ejemplo 16

- En el circuito mostrado en la figura, las capacitancias de los tres capacitores son $C_1 = 1\mu\text{F}$, $C_2 = 2\mu\text{F}$ y $C_3 = 3\mu\text{F}$. Determine la carga en cada uno de los capacitores.



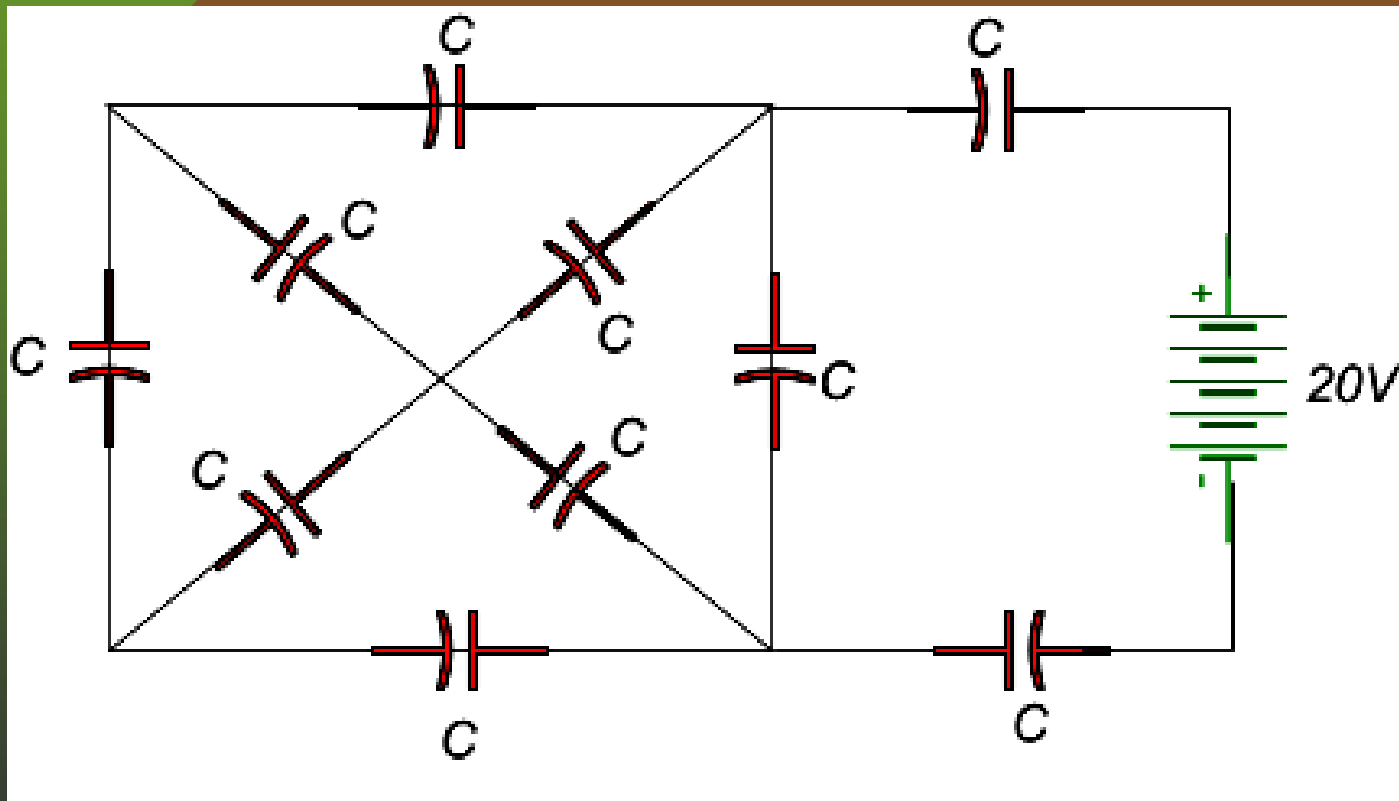
Ejemplo 17

Cuatro placas metálicas iguales se encuentran en el aire a distancias iguales “ d ” una de la otra. El área A de las placas extremas están unidas entre sí y las del centro conectadas a una batería de f.e.m $\mathcal{E}$. La distancia entre placas es pequeña en comparación con sus dimensiones de éstas. Determine la carga en cada placa



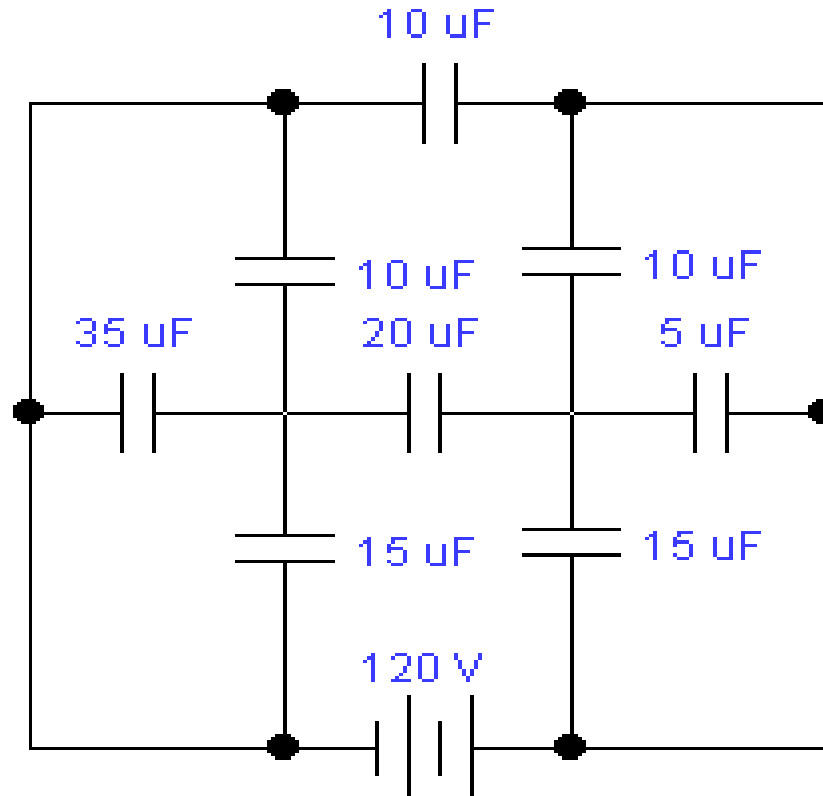
Ejemplo 18

- En el circuito capacitivo mostrado en la figura halle la energía almacenada por el sistema si $C = 19 \mu\text{F}$



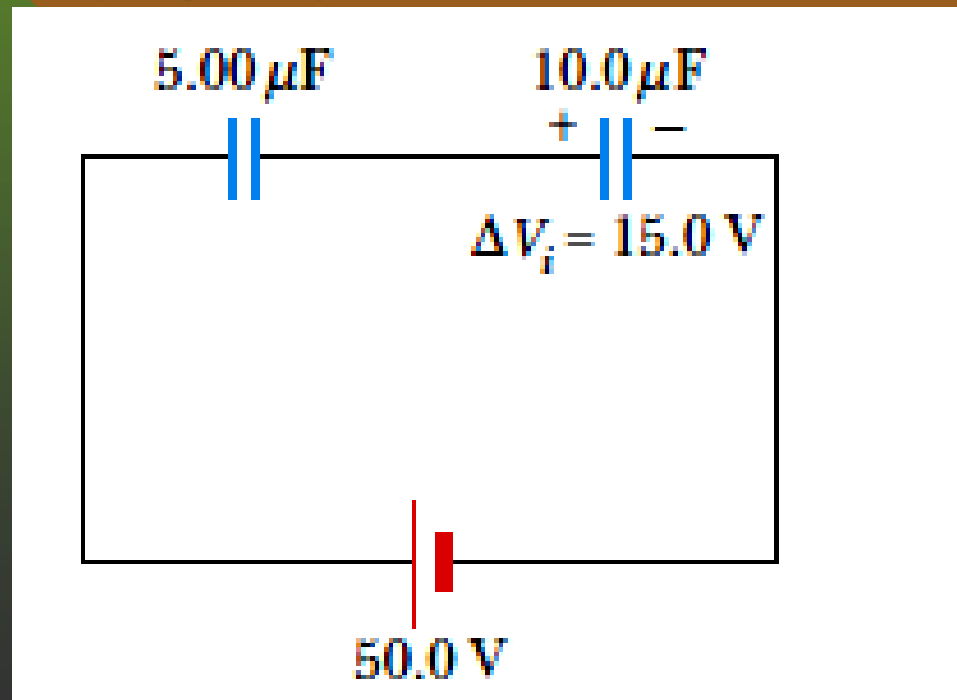
Ejemplo 19

- En el circuito determine: (a) la capacidad equivalente del sistema, (b) La energía total almacenada y (d) la diferencia de potencial en todos los capacitores



Ejemplo 20

Un capacitor de $10\ \mu\text{F}$ está cargado a $15\ \text{V}$. A continuación se le conecta en serie con un capacitor de $5\ \mu\text{F}$ sin carga. Esta combinación en serie se conecta a una batería de $50\ \text{V}$, según el diagrama de la figura. Determine las diferencias de potencial que se presentan en las terminales de los capacitores de $5\ \mu\text{F}$ y $10\ \mu\text{F}$.



Solución

La carga en el capacitor de $10 \mu\text{F}$ es

$$Q = C\Delta V = 10 \mu\text{F}(15 \text{ V}) = 150 \mu\text{C} .$$

Una carga q adicional es proporcionada por la fuente, proporcionándole al capacitor de $5 \mu\text{F}$ una carga q y al de $10 \mu\text{F}$ una carga $q+150\mu\text{F}$. Entonces tenemos

$$\begin{aligned} 50 \text{ V} &= \frac{q}{5 \mu\text{F}} + \frac{150 \mu\text{C} + q}{10 \mu\text{F}} \\ 500 \mu\text{C} &= 2q + 150 \mu\text{C} + q \\ q &= 117 \mu\text{C} \end{aligned}$$

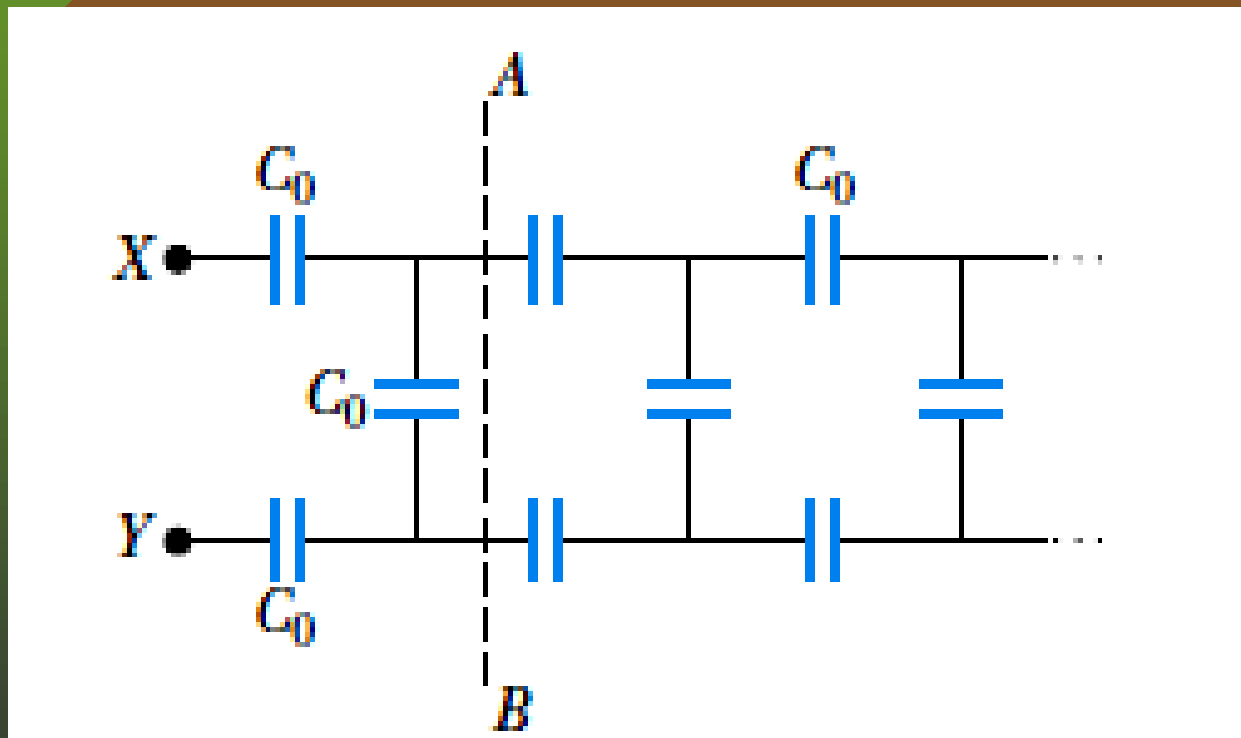
Es decir las diferencias de potencial serán

$$\Delta V = \frac{q}{C} = \frac{117 \mu\text{C}}{5 \mu\text{F}} = \boxed{23.3 \text{ V}} .$$

$$\Delta V = \frac{150 \mu\text{C} + 117 \mu\text{C}}{10 \mu\text{F}} = \boxed{26.7 \text{ V}} .$$

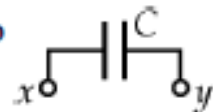
Ejemplo 21

En el circuito capacitivo encuentre la capacidad equivalente entre los bornes X e Y



Solución

According to the suggestion, the combination of capacitors shown is equivalent to



$$\text{Then } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C+C_0} + \frac{1}{C_0} = \frac{C+C_0+C_0+C+C_0}{C_0(C+C_0)}$$

$$C_0C + C_0^2 = 2C^2 + 3C_0C$$

$$2C^2 + 2C_0C - C_0^2 = 0$$

$$C = \frac{-2C_0 \pm \sqrt{4C_0^2 + 4(2C_0^2)}}{4}$$

Only the positive root is physical

$$\boxed{C = \frac{C_0}{2}(\sqrt{3} - 1)}$$

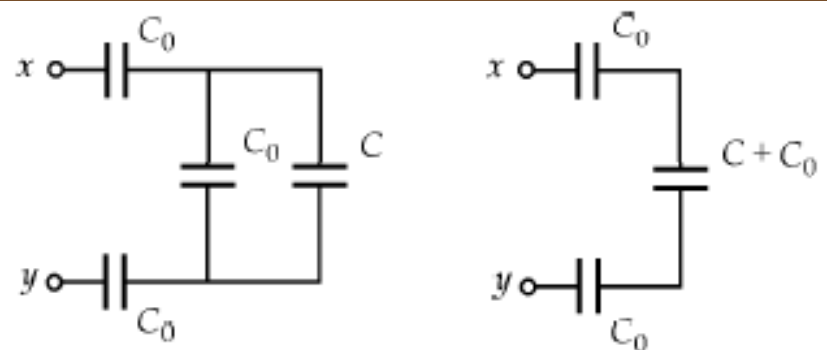


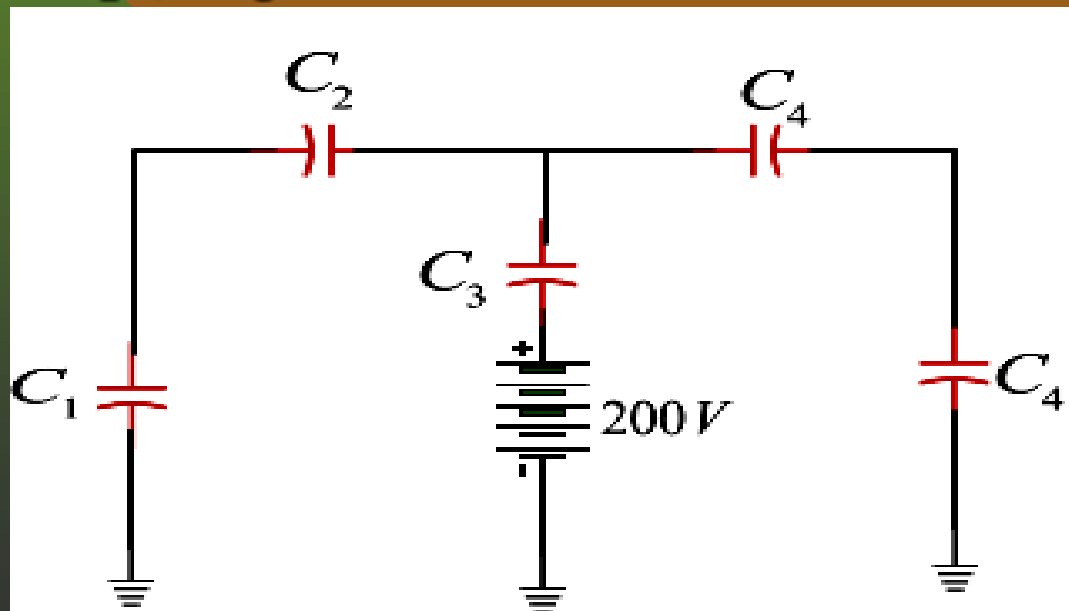
FIG. P26.30

Ejemplo 22

- Un capacitor de capacidad $C_1 = 1,2 \mu\text{F}$ se conecta en paralelo con una fuente de tensión que posee una diferencia de potencial $V_0 = 30 \text{ V}$. Después de la carga se desconecta C_1 de la fuente de voltaje y se conecta en paralelo a otro condensador completamente descargado cuya capacidad es $C_2 = 2,4 \mu\text{F}$. (a) Determine la nueva diferencia de potencial V_1 , (b) ¿Cuánta energía se perdió al realizar la conexión?.

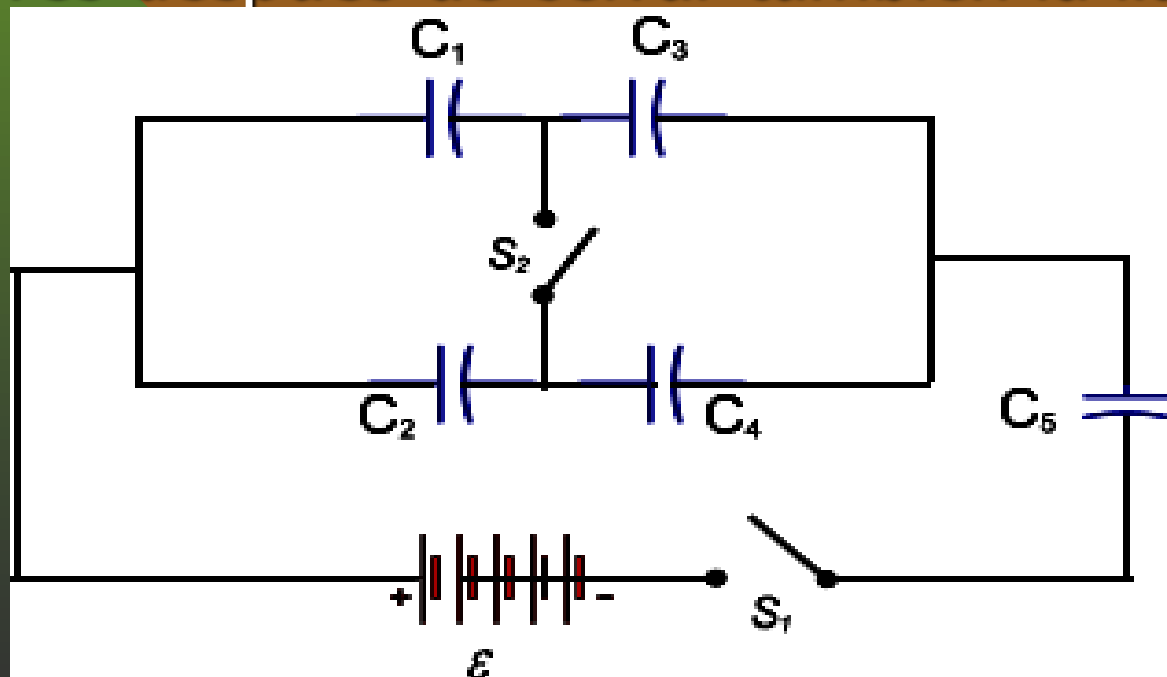
Ejemplo 23

- Suponiendo que todos los capacitores que aparecen en la figura son idénticos ($C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = 2 \mu\text{F}$). Determine: (a) la capacidad equivalente, (b) la diferencia de potencial entre las armaduras del capacitor C_4 y (c) las cargas en los capacitores C_1 y C_3 .



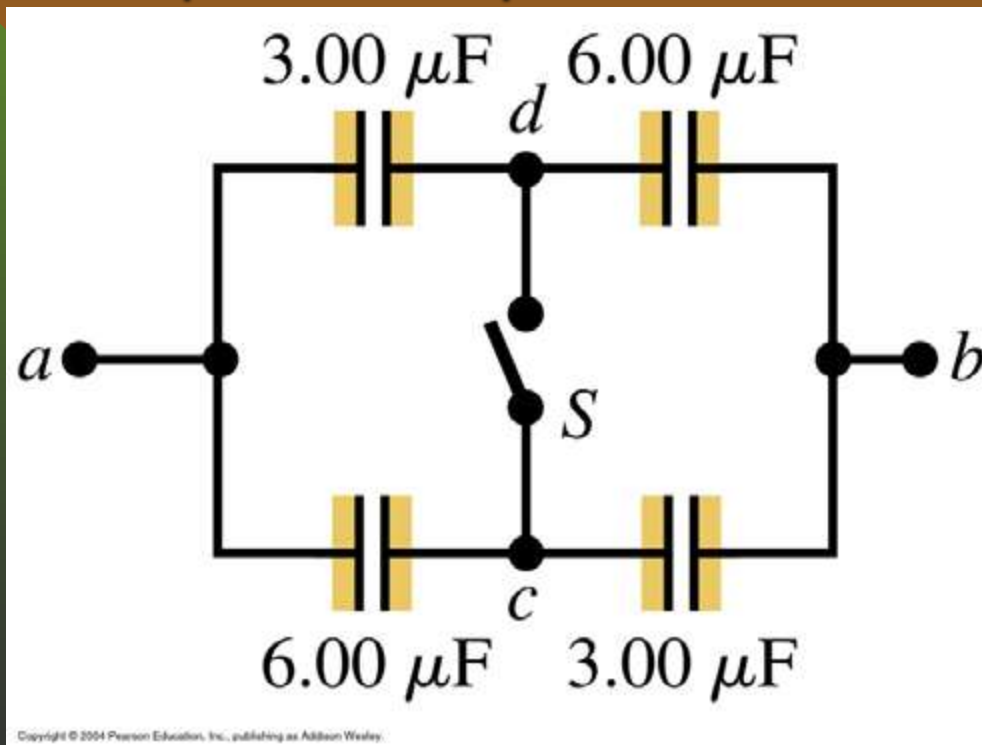
Ejemplo 24

- La figura muestra una batería de 50 V y cuatro capacitores de capacitancias $C_1 = 1\text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 2\text{ }\mu\text{F}$, $C_3 = 3\text{ }\mu\text{F}$, $C_4 = 4\text{ }\mu\text{F}$ y $C_5 = 5\text{ }\mu\text{F}$. Encuentre: (a) la carga en cada uno de los capacitores si sólo se cierra la llave S_1 y (b) la carga en cada uno de los capacitores después de cerrar también la llave S_2 .



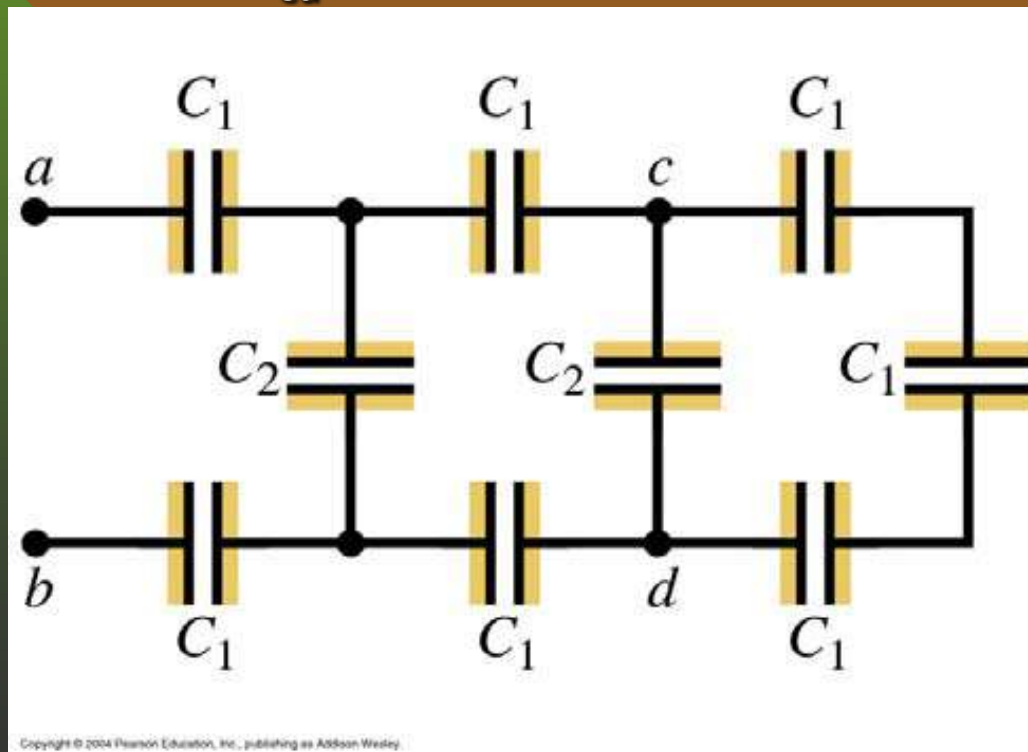
Ejemplo 25

- Los capacitores de la figura están inicialmente sin carga y conectados, como se indica en el diagrama, con el interruptor S abierto.. La diferencia de potencial aplicada es $V_{ab} = +210 \text{ V}$. (a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre c y d ? (b) cual es la diferencia de potencial entre los bornes de cada capacitor después de cerrar el interruptor S ?



Ejemplo 26

- En la figura, cada capacitancia C_1 es de $6,9 \mu\text{F}$ y cada capacitancia C_2 es de $4,6 \mu\text{F}$. (a) Calcular la capacidad equivalente de la red entre los puntos a y b . (b) Calcule la carga en cada uno de los capacitores más cercanos a los puntos a y b cuando $V_{ab} = 420 \text{ V}$. (c) Con 4200 V a través de a y b determine V_{cd} .

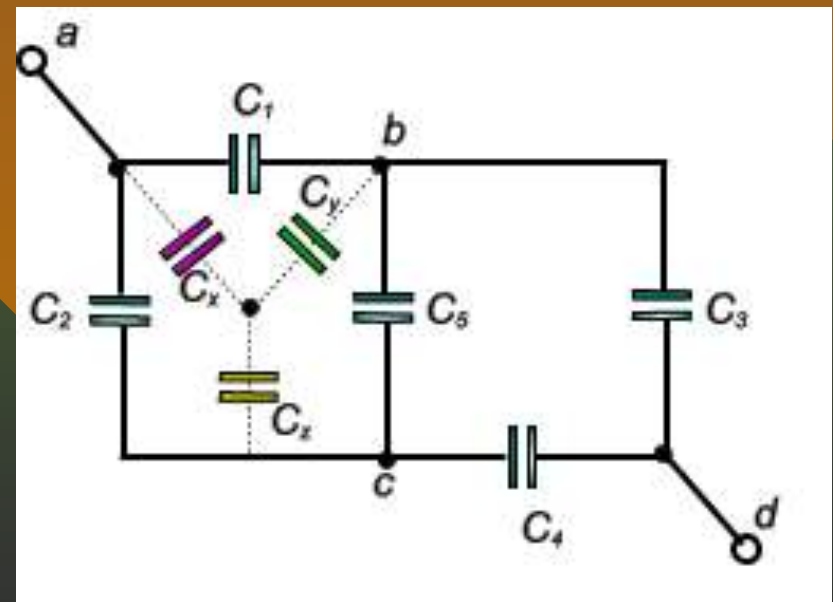
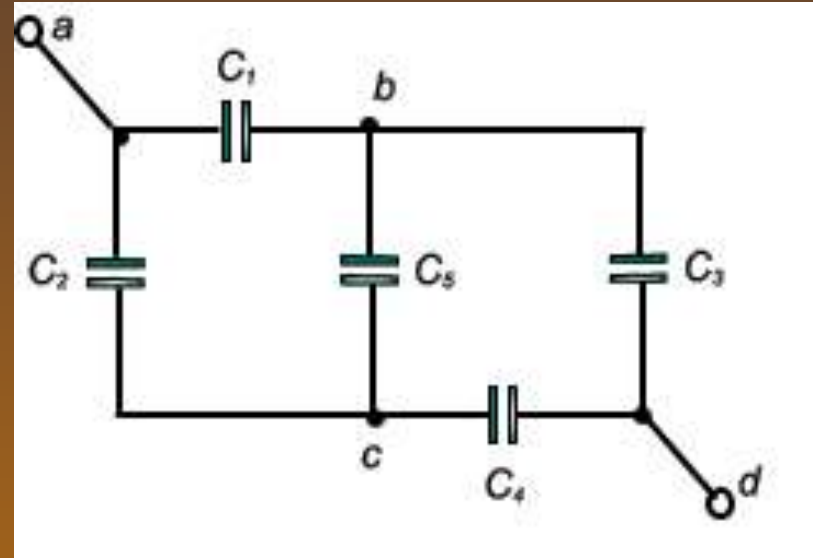


Ejemplo 27

- Un capacitor de $4,00 \mu\text{F}$ y otro de $6 \mu\text{F}$ se conectan en serie a través de una toma de corriente de 660V . (a) halle la carga de cada capacitor y el voltaje entre sus bornes, (b) los capacitores cargados se desconectan de la toma de corriente y uno del otro y se conectan de nuevo con los bornes del mismo signo juntos. Halle la carga final y el voltaje entre los bornes de cada uno

3.11 Red en Puente

- En la figura se muestra un sistema de condensadores en red en puente. En esta conexión los capacitores no están conectados ni en serie ni en paralelo y para determinar la capacitancia equivalente entre los puntos a y d se utiliza la transformación *triángulo-estrella*.

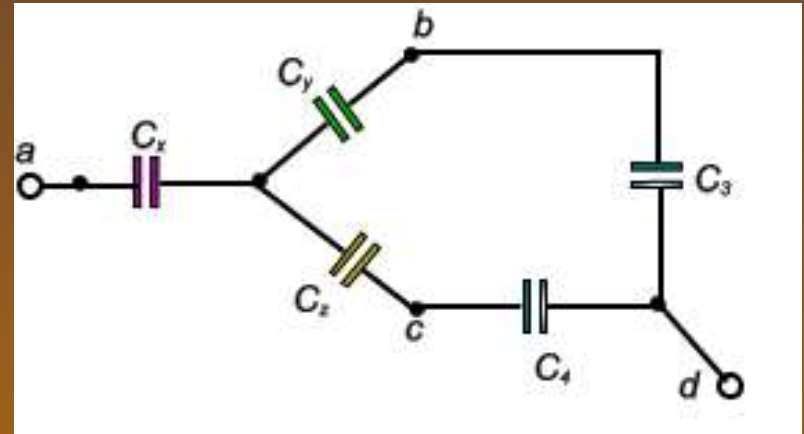


Red en Puente

$$\frac{1}{C_x} = \frac{\frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{C_2} \right)}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_5}} = \frac{C_5}{C_1 C_2 + C_1 C_5 + C_2 C_5}$$

$$\frac{1}{C_y} = \frac{\frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{C_5} \right)}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_5}} = \frac{C_2}{C_1 C_2 + C_1 C_5 + C_2 C_5}$$

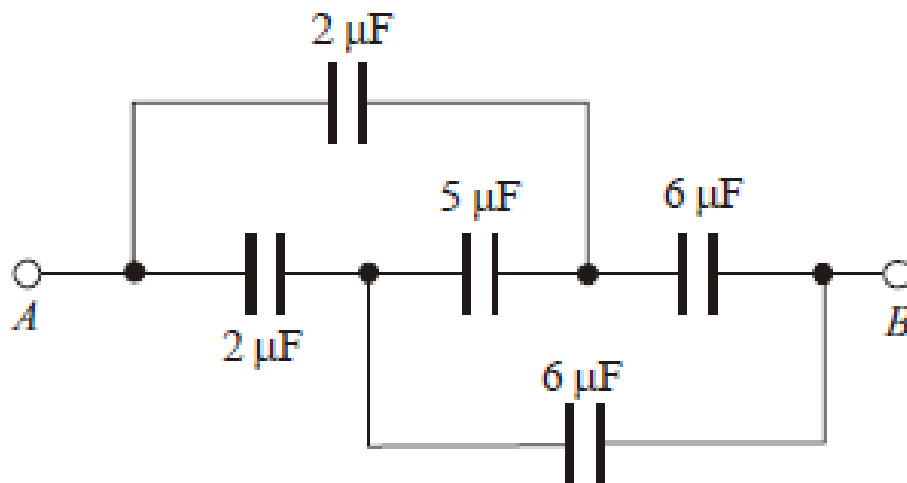
$$\frac{1}{C_z} = \frac{\frac{1}{C_2} \left(\frac{1}{C_5} \right)}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_5}} = \frac{C_1}{C_1 C_2 + C_1 C_5 + C_2 C_5}$$



Ejemplo de aplicación

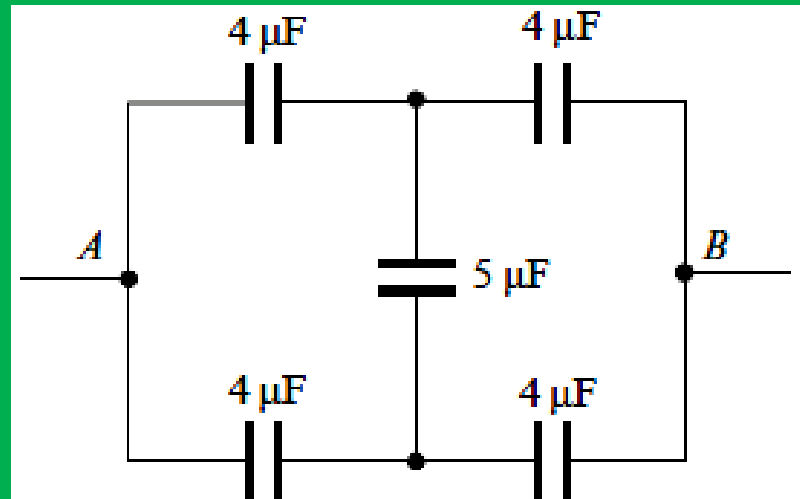
Ejemplo

En el circuito capacitivo mostrado. Encuentre la capacidad equivalente entre A y B



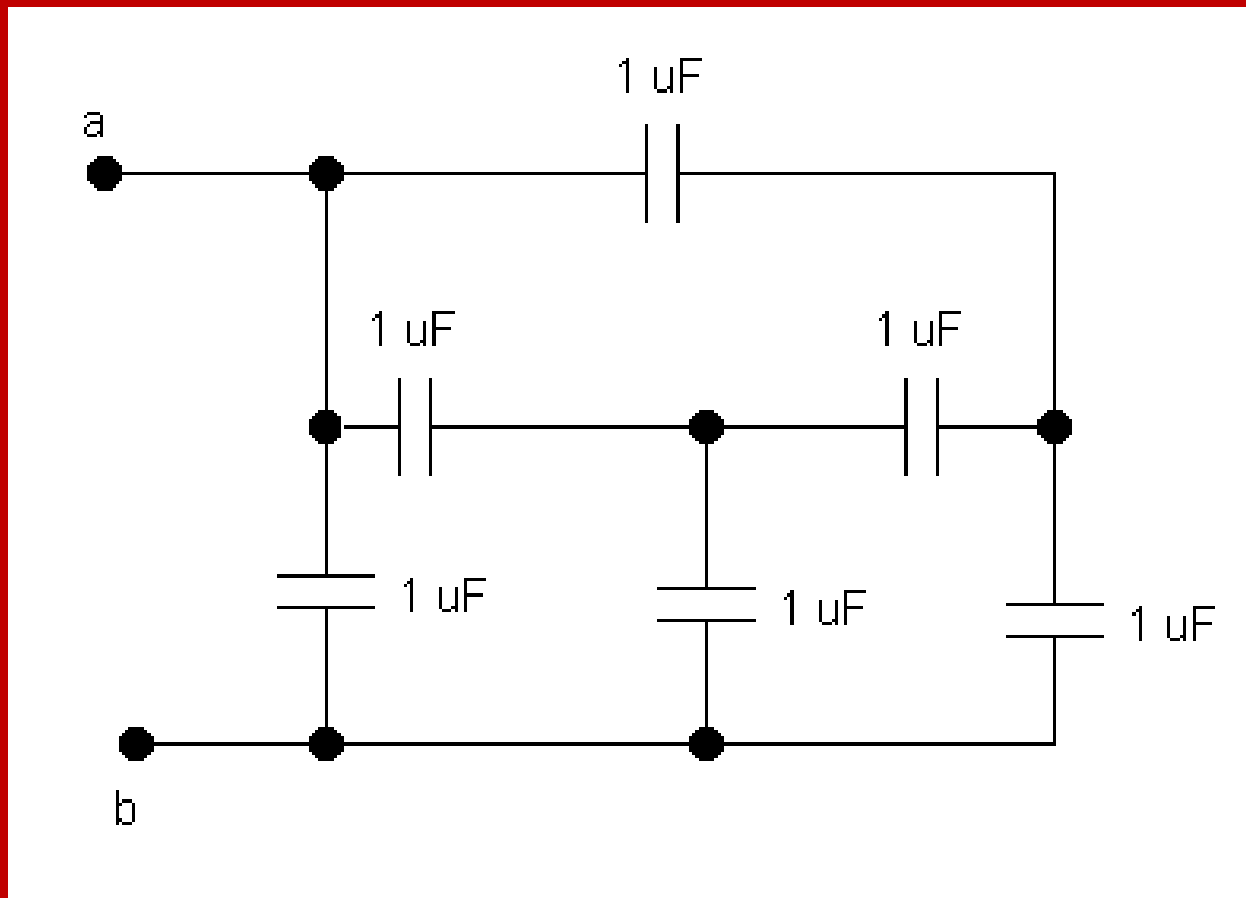
Ejemplo

En el circuito mostrado encuentre la capacidad equivalente entre los puntos A y B



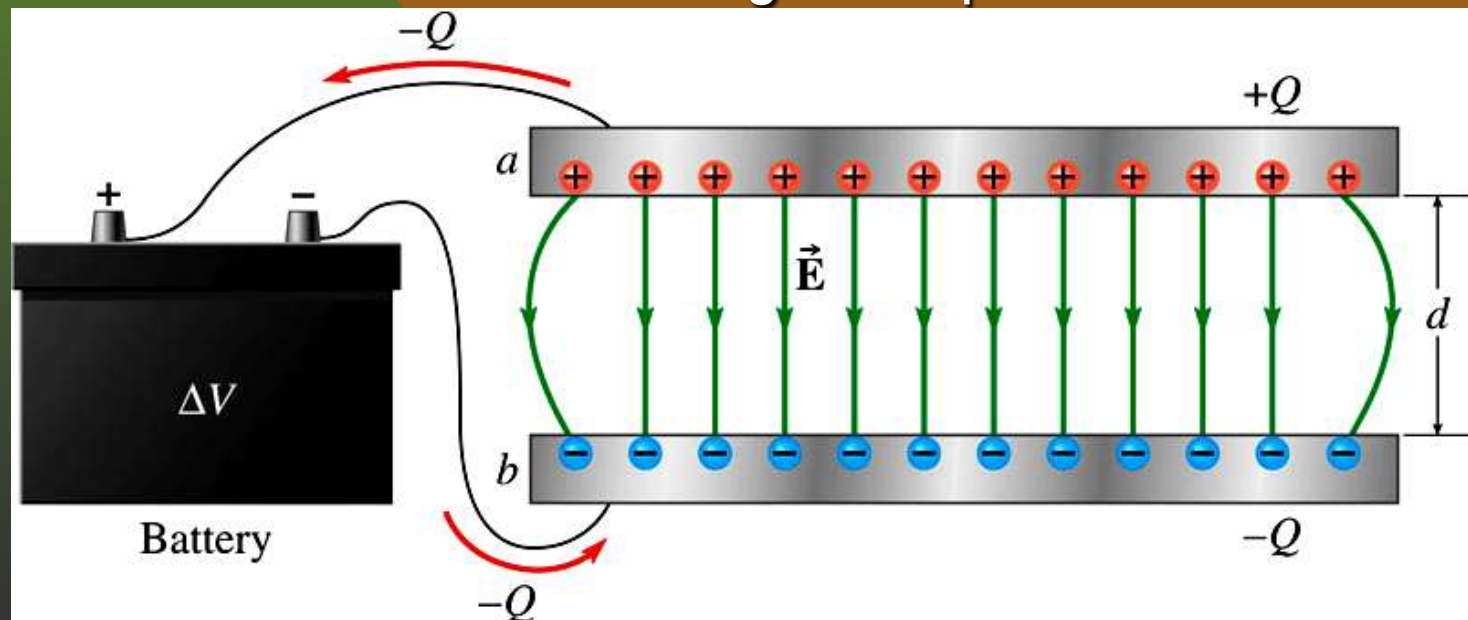
Ejemplo de aplicación

Halle la capacidad equivalente C_e entre los puntos a y b de la batería de capacitores de igual capacidad $C = 1 \mu\text{F}$ instalados en el circuito mostrado en la figura



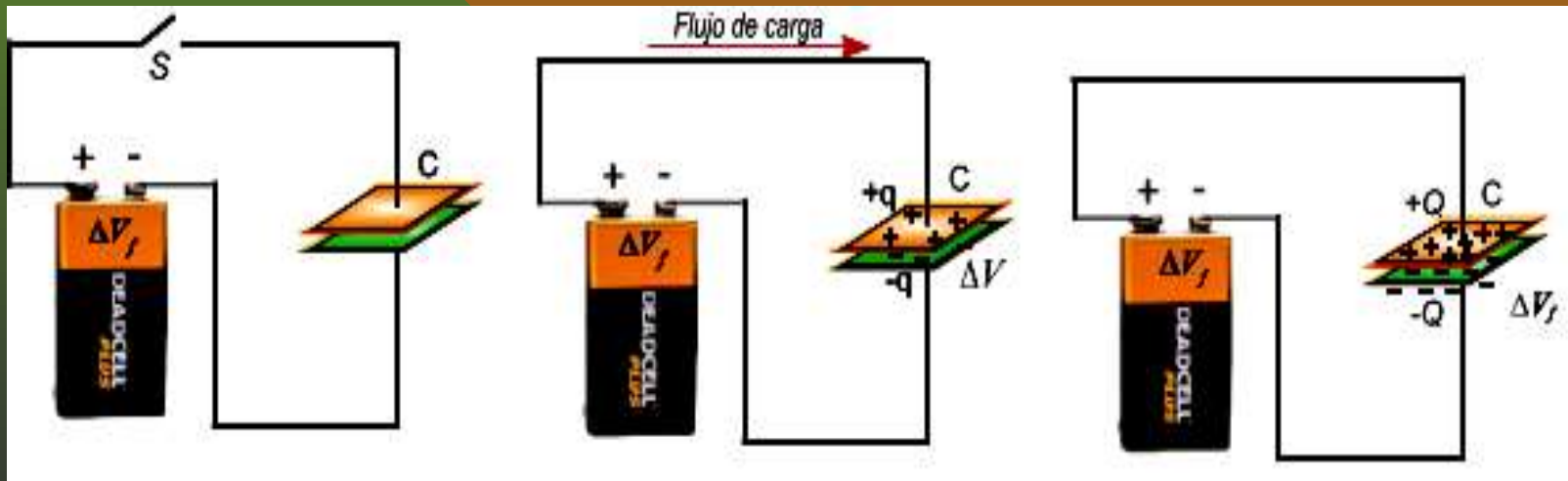
3.12 ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR_1

- Cuando un capacitor está cargándose mediante una batería el trabajo es realizado por la batería para mover la carga desde una placa del capacitor a la otra placa. Debido a que el capacitor está siendo cargado, decimos que el capacitor se encuentra almacenando energía en forma de energía potencial electrostática, energía que posteriormente puede ser liberada cuando se descarga el capacitor.



3.12 ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR_1

- El capacitor al ser conectado a una batería mediante el cierre del interruptor esta última transfiere energía de una placa a la otra hasta que la diferencia de potencial en el capacitor sea igual a la producida por la fuente aunque de polaridades opuestas. Cuando se alcanza la etapa mostrada en la **figura c** *se detiene el flujo de carga*. En este instante se dice que el capacitor se ha cargado completamente a una diferencia de potencial y sus placas acumulan una carga Q .



3.12. ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR_2

- En etapas intermedias como la mostrada en la **figura b** la placa superior del capacitor tendrá una carga **$+q$** y la otra una carga **$-q$** , siendo la diferencia de potencial en este instante

$$\Delta V = \frac{q}{C}$$

- Para mover una cantidad de carga adicional **dq** desde una placa a la otra en un intervalo de tiempo **dt** , la batería debe hacer una cantidad de trabajo **dW** , dado por

$$dW = dq(\Delta V)$$

3.12. ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR_3

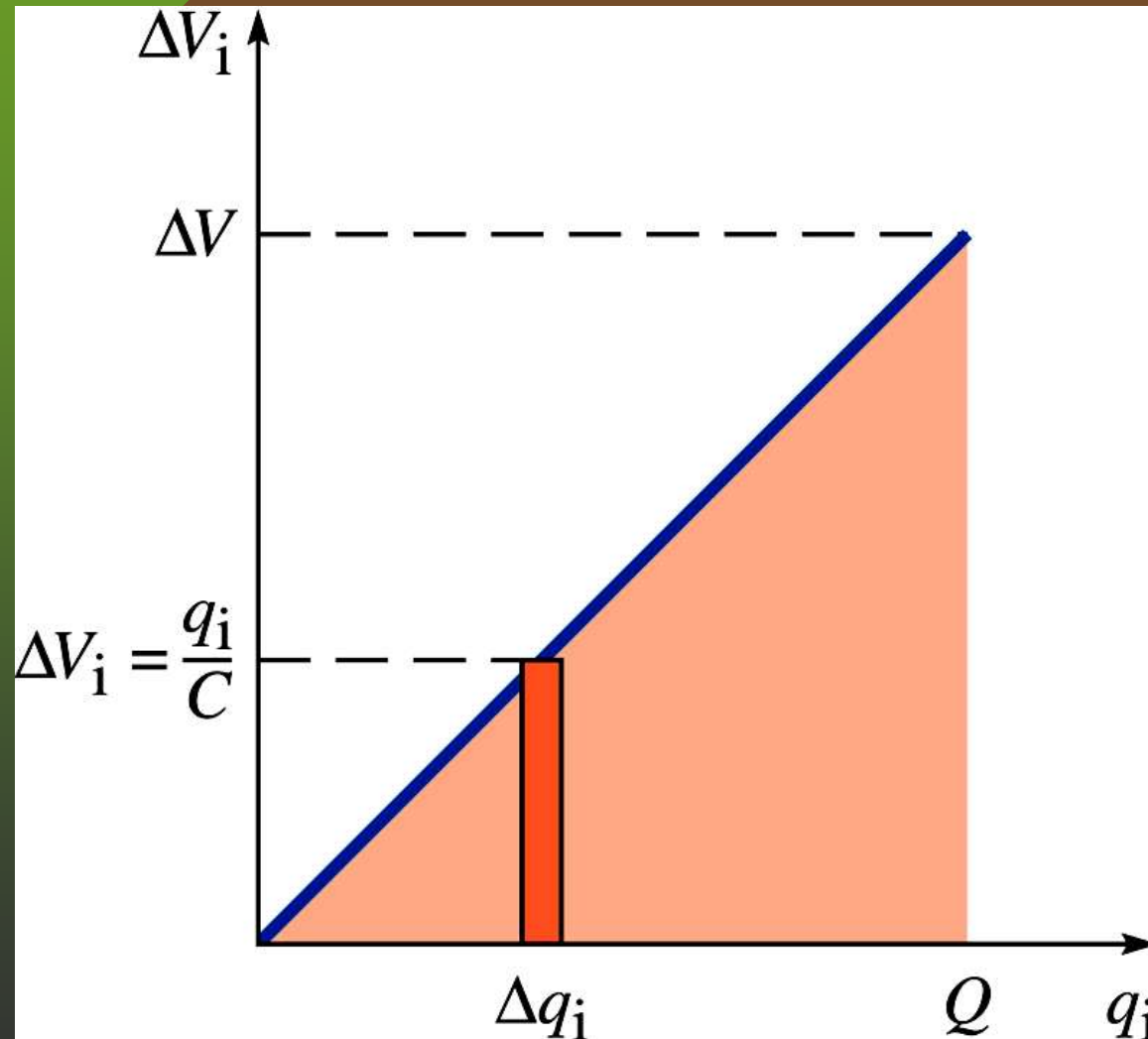
- Este trabajo corresponde a un cambio en la energía potencial eléctrica que es igual a dU_e . En consecuencia en el tiempo dt la energía potencial del capacitor a aumentado en la cantidad

$$dU_E = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

- La diferencia de potencial entre las placas es variable de manera que la cantidad de trabajo realizado por la batería no solamente depende de dq sino también de la diferencia de potencial entre las placas , que cambia a medida que se acumula carga en el capacitor. La cantidad de energía será ´

$$U_E = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C} \quad U_E = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} Q |\Delta V| = \frac{1}{2} C |\Delta V|^2$$

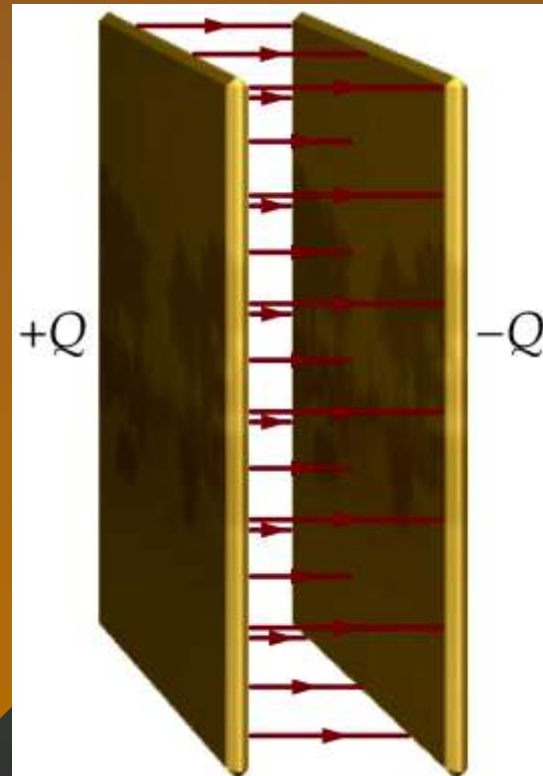
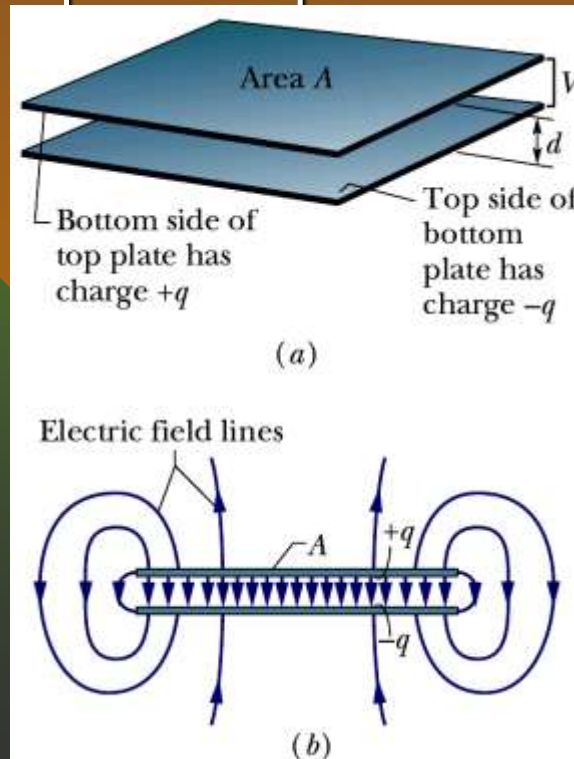
Energía almacenada en un capacitor



3.13. Densidad de energía del campo eléctrico

- Se ha determinado que los condensadores almacenan energía. Pues bien dicha energía es almacenada en el campo eléctrico entre las placas del condensador mismo. Para el caso de un capacitor de placas planas paralelas, cuya capacidad es $C = \epsilon_0 A / d$ y siendo su diferencia de potencial $\Delta V = Ed$, la energía potencial eléctrica puede expresarse

$$U_E = \frac{1}{2} C |\Delta V|^2 =$$
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2$$
$$U_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (Ad)$$



3.13. Densidad de energía del campo eléctrico

- Se ha determinado que los condensadores almacenan energía. Pues bien dicha energía es almacenada en el campo eléctrico entre las placas del condensador mismo. Para el caso de un capacitor de placas planas paralelas, cuya capacidad es $C = \epsilon_0 A / d$ y siendo su diferencia de potencial $\Delta V = Ed$, la energía potencial eléctrica puede expresarse

$$U_E = \frac{1}{2} C |\Delta V|^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} \right) (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (Ad)$$

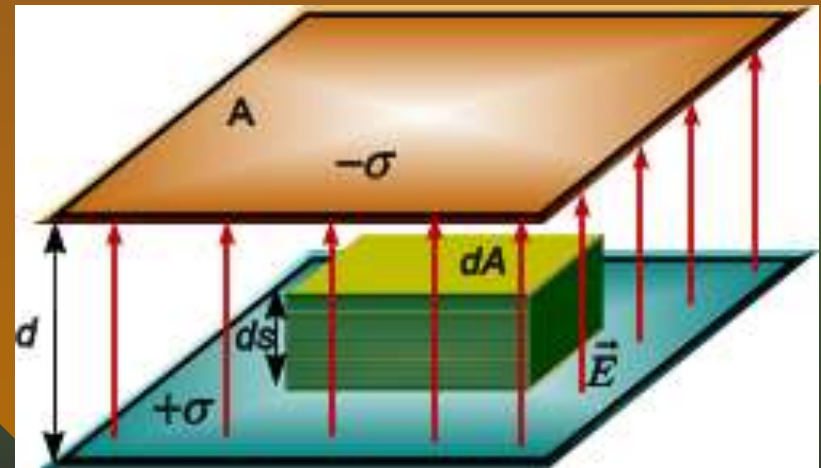
- Debido a que la cantidad Ad , representa el volumen entre las placas, podemos definir a la densidad de energía μ_E como la energía por unidad de volumen, es decir

$$\mu_E = \frac{\text{Energía}}{\text{Volumen}} = \frac{U_E}{V} = \frac{\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (Ad)}{Ad} \quad \mu_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

3.13 Densidad de energía del campo eléctrico _2

- Ahora consideremos un condensador infinitesimal en el espacio comprendido entre las placas como se ve en la figura
- Para encontrar la densidad de energía observe que el volumen del pequeño cubo es dV , el área de su sección transversal dA y su espesor ds . Debido a que ds es paralelo al campo eléctrico entre las placas, todo el flujo que sale del área dA de una superficie termina sobre el área correspondiente de la superficie opuesta.

La energía almacenada en este condensador infinitesimal ficticio es prácticamente la energía que se requiere para situar las cargas superficiales sobre el área dA de los dos conductores. Podemos en este caso hacer A tiende a dA y d tiende a ds ,



$$dU_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (dA)(ds) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 dV$$

$$\mu_E = \frac{dU_E}{dV} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Ejemplo

Un capacitor de placas paralelas tiene una carga Q y placas de área A . Demostrar que la fuerza ejercida en cada placa por la otra es $F = Q^2/2\epsilon_0 A$. ¿es de atracción o de repulsión? ¿cae dentro del sentido común esta ecuación?

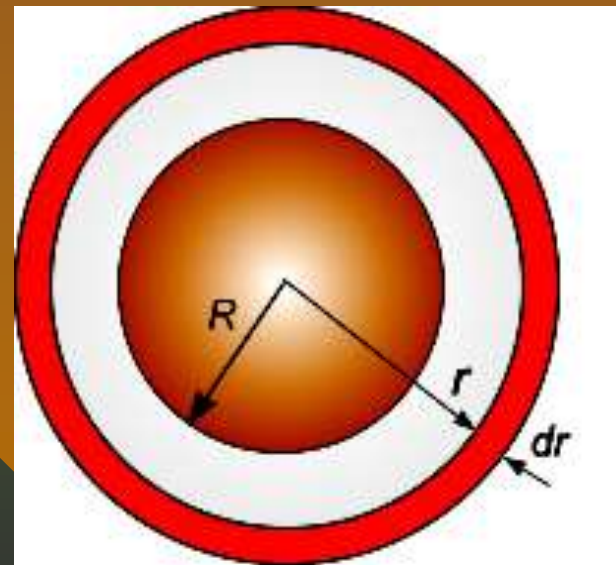
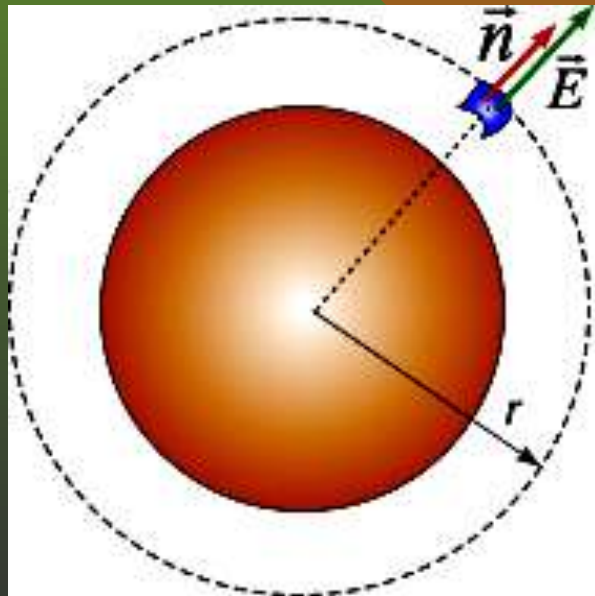
$$W = U = \int F dx$$

$$F = \frac{dU}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2}{2C} \right) = \frac{d}{dx} \left(\frac{Q^2 x}{2\epsilon_0 A} \right)$$

$$F = Q^2/2\epsilon_0 A$$

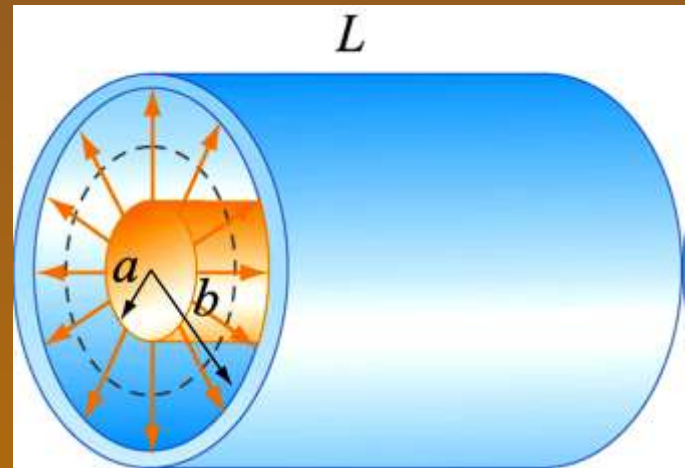
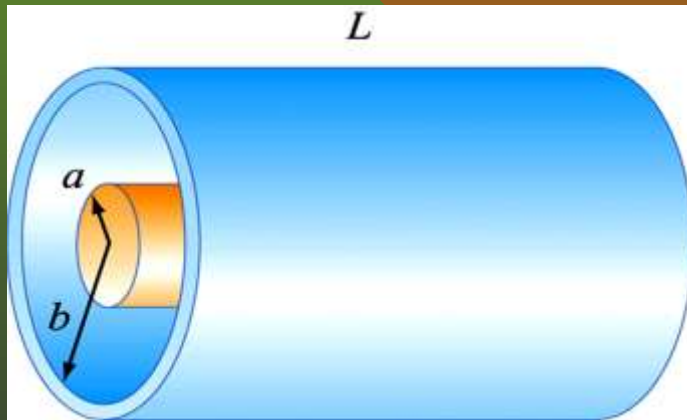
Ejemplo

- Una esfera conductora de radio R en el vacío tiene una carga $+Q$. (a) Determine la energía potencial electrostática total almacenada en el espacio circundante. (b) ¿Cuál es el radio R_0 de la superficie esférica tal que dentro de ella quede almacenada la mitad de la energía?



Ejemplo

- Un condensador cilíndrico tiene radios a y b , como se muestra en la figura. Demuestre que la mitad de la energía potencial eléctrica almacenada está dentro de un cilindro cuyo radio es $R = \sqrt{ab}$



Ejemplo

12) Un condensador esférico tiene una esfera interior de radio R_1 con carga $+Q$ y una corteza esférica delgada de radio R_2 , concéntrica a la primera y con una carga $-Q$. (a) Hallar el campo eléctrico y la densidad de energía en un punto cualquiera del espacio. (b) ¿Cuánta energía electrostática está almacenada en una corteza esférica de radio r , espesor dr y volumen $4\pi r^2 dr$ ubicada entre los conductores? (c) Integrar la expresión obtenida en el apartado (b) para hallar la energía total almacenada en el condensador y comparar el resultado con el obtenido a partir de $U = (1/2)CV^2$.

IV. DIELECTRICOS

- Un *dieléctrico o aislante* es caracterizado por presentar un volumen sin cargas libres.
- En estos materiales los electrones permanecen ligados a los átomos o moléculas a los cuales ellos pertenecen.
- Podemos considerar dentro de estos materiales al vacío, al vidrio, la mica, ciertos plásticos, etc.
- Sus enlaces químicos mantienen todos los electrones ligados a sus átomos.

4.1 Aplicaciones de los dieléctricos en capacitores

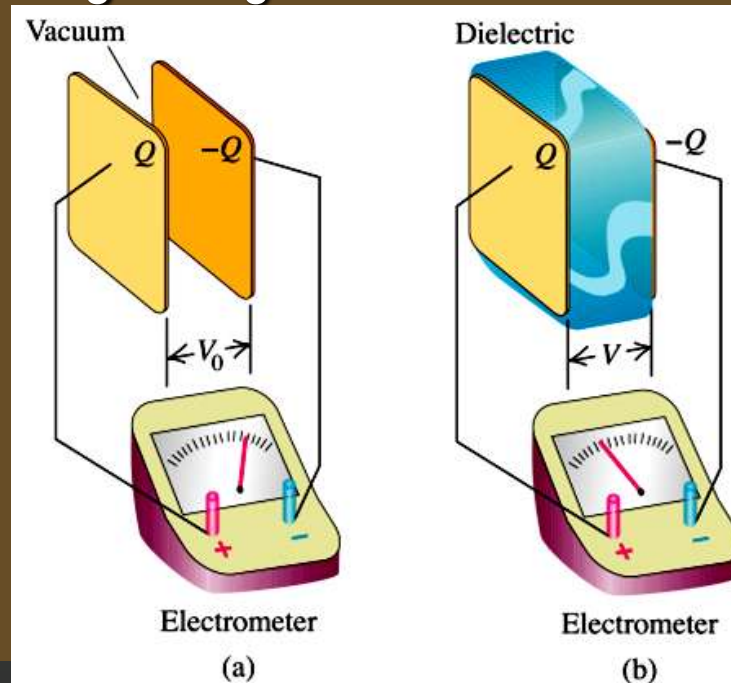
- El uso de los dieléctricos es muy amplio, en el caso de los capacitores dichos materiales son utilizados por ejemplo para mantener la separación física de las placas.
- Por otro lado, debido a que la ruptura dieléctrica de mucho de ellos es mucho mayor que la del aire, permiten reducir al mínimo la fuga de carga, especialmente cuando se le aplica altos voltajes. Permitiendo de este modo una mayor acumulación de carga en las placas del capacitor

4.2 CAPACITORES CON UN DIELECTRICO

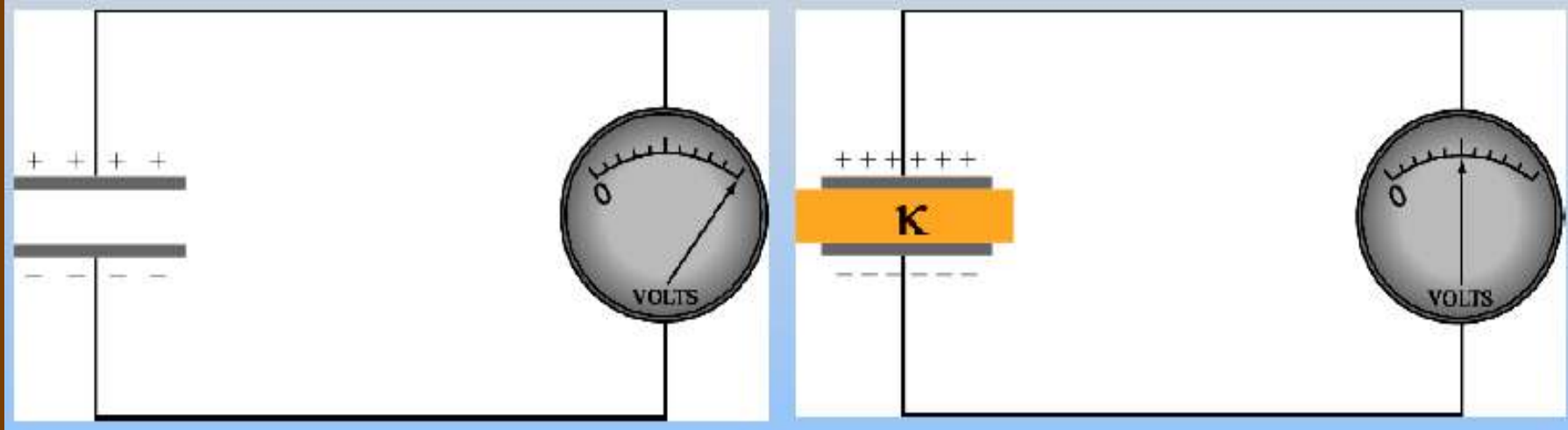
- Al introducir un dieléctrico (vidrio, plástico, etc) entre las placas de un capacitor, la capacitancia de este nuevo condensador varía.
- **FARADAY**, utilizando un equipo sencillo, descubrió que la capacidad de un capacitor aumenta en un factor **K** (a esta constante se le denomina ***constante dieléctrica***). La presencia de un dieléctrico cumple con las siguientes funciones:
 1. **Permite mantener una distancia muy pequeña entre las placas sin que exista contacto físico,**
 2. **Permite aumentar la diferencia de potencial entre las placas del capacitor, aumentando de este modo la capacidad de almacenar cargas y energía.**
 3. **Permite aumentar la capacitancia de un capacitor es decir un capacitor tiene una capacitancia mayor que aquel sin dieléctrico**

EXPERIMENTO DE FARADAY I

El efecto (3) se demuestra usando un *electrómetro* quien permite medir la diferencia de potencial entre las placas del capacitor. La **figura a** muestra un electrómetro conectado a las placas de un capacitor previamente cargado con cargas a una diferencia de potencial V_0 . Al insertar un dieléctrico entre las placas (**figura b**) se observa que la diferencia de potencial disminuye a un valor V . Si ahora se retira el dieléctrico nuevamente se recupera el valor original V_0 , este hecho muestra que las cargas originales no han variado.



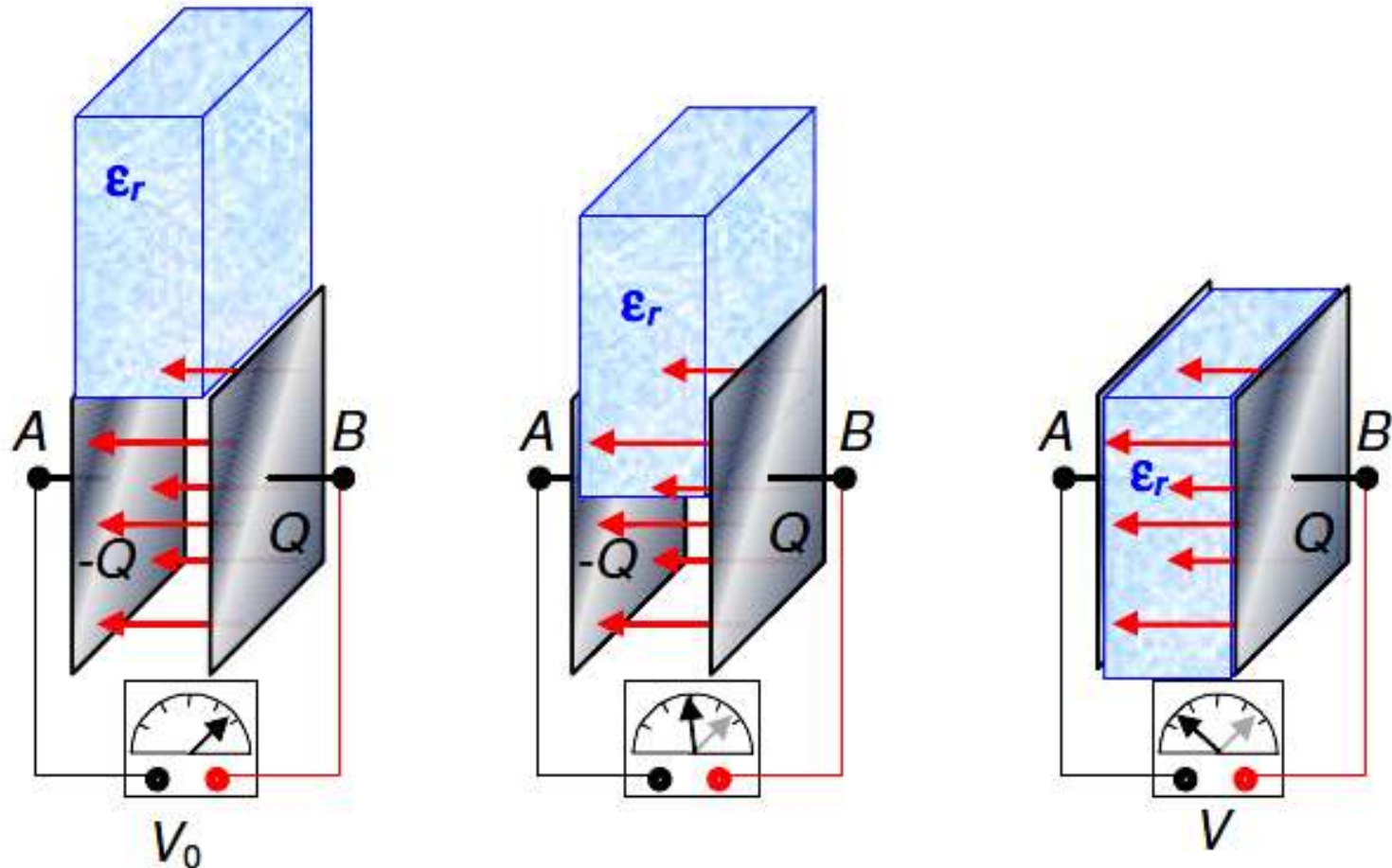
EXPERIMENTO DE FARADAY I



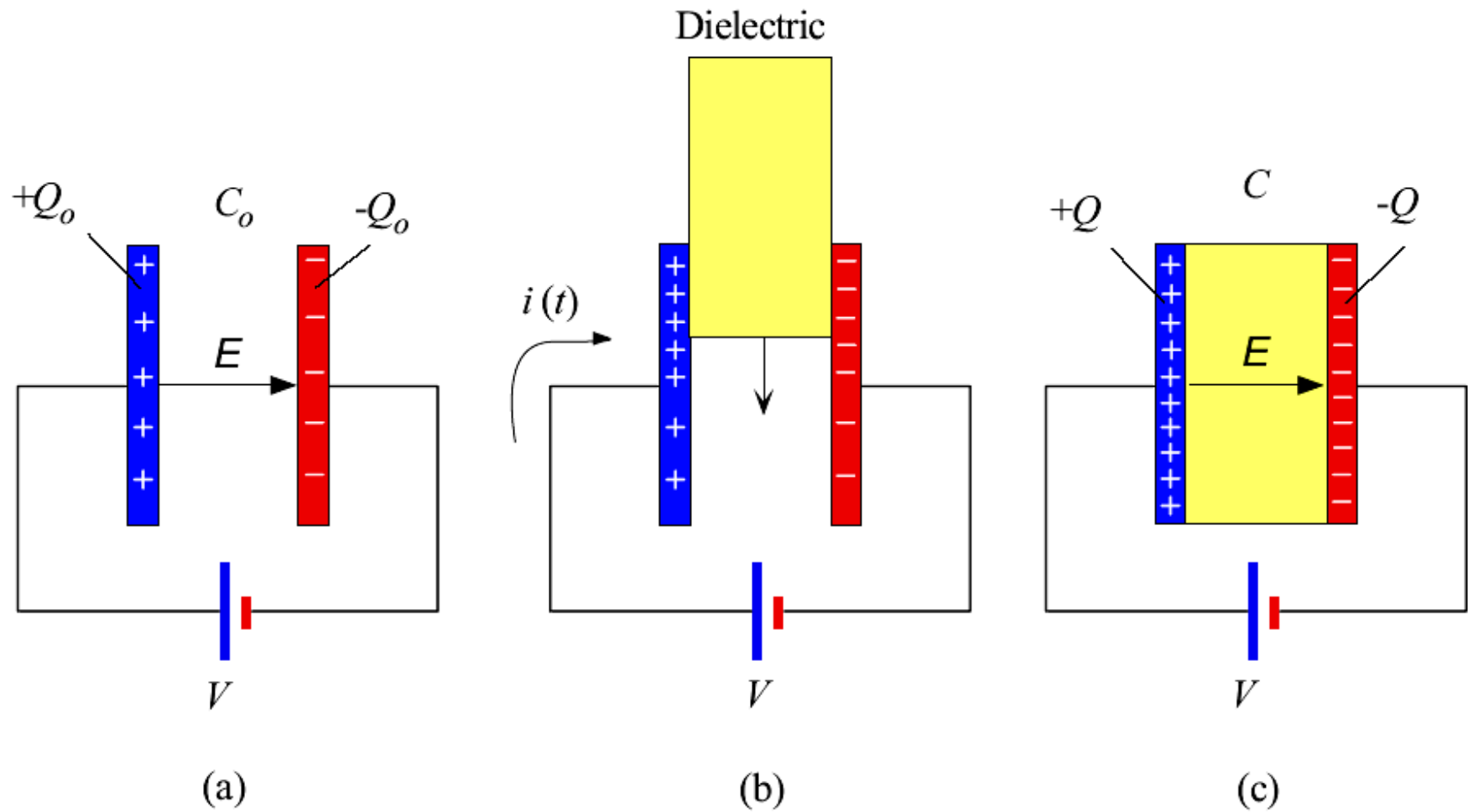
- Al insertar el dieléctrico el potencial pasa de V_0 a $V = V_0/\kappa$. Entonces la capacitancia se escribe

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q_0}{V_0 / \kappa} = \kappa \frac{Q_0}{V_0} = \kappa C_0$$

EXPERIMENTO DE FARADAY I

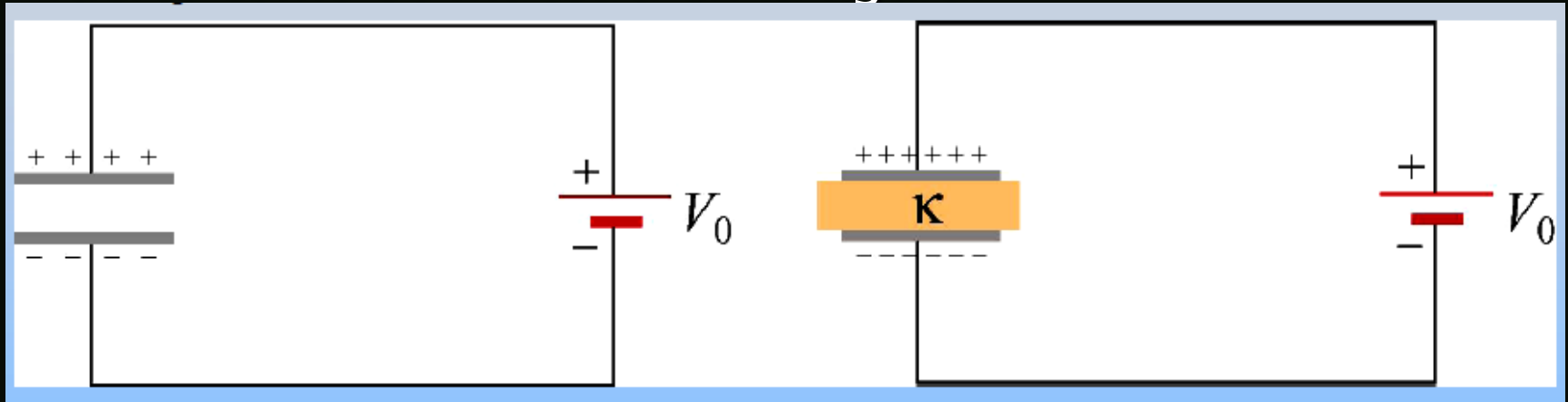


Experimento de Faraday II



EXPERIMENTO DE FARADAY II

- Si ahora se introduce el dieléctrico sin desconectar de la fuente como se muestra en la figura.



- En este caso la capacitancia se expresa en la forma

$$C = \frac{Q}{V} = \kappa C_0 = \kappa \frac{Q_0}{V_0}$$

- Entonces la carga antes de insertar el dieléctrico con la carga después de insertar el dieléctrico están relacionadas por

$$Q = \kappa Q_0$$

CAPACITORES CON UN DIELECTRICO

- La capacitancia original C_0 está dado por $C_0 = Q_0/\Delta V_0$ y la capacidad con dieléctrico será $C = Q/\Delta V$. Debido a que la carga Q es la misma y la diferencia de potencial ΔV es menor que ΔV_0 . Esta experiencia muestra que la capacitancia C de un capacitor se incrementa cuando el espacio entre los conductores es llenado con un dieléctrico. Es decir, cuando un material dieléctrico es insertado completamente hasta llenar el espacio entre las placas, la capacidad se incrementa en

$$C = K_e C_0$$

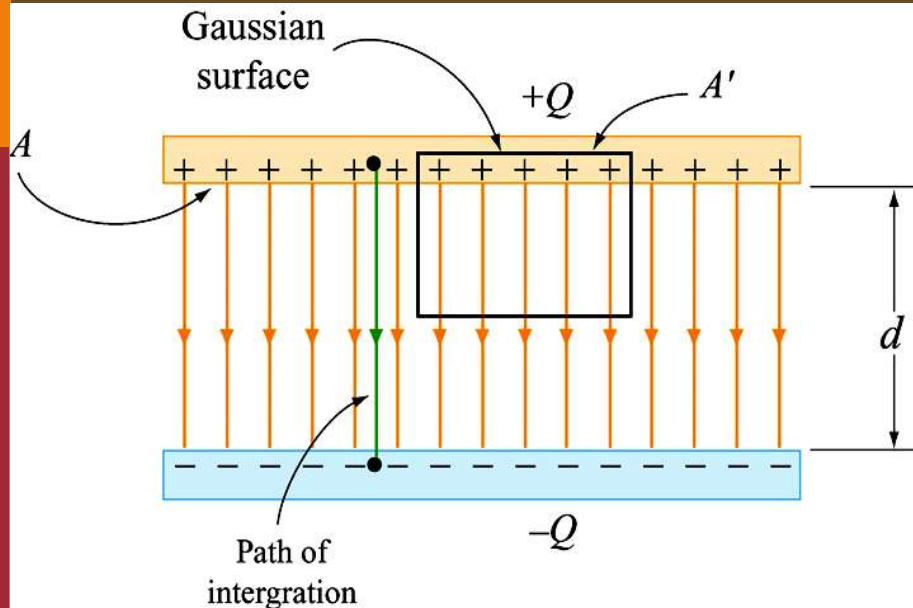
- Cuando la carga es constante, $Q = Q_0$, entonces $C\Delta V = C_0\Delta V_0$. En este caso tenemos

$$V = \frac{V_0}{K_e}$$

$$E = \frac{E_0}{K_e}$$

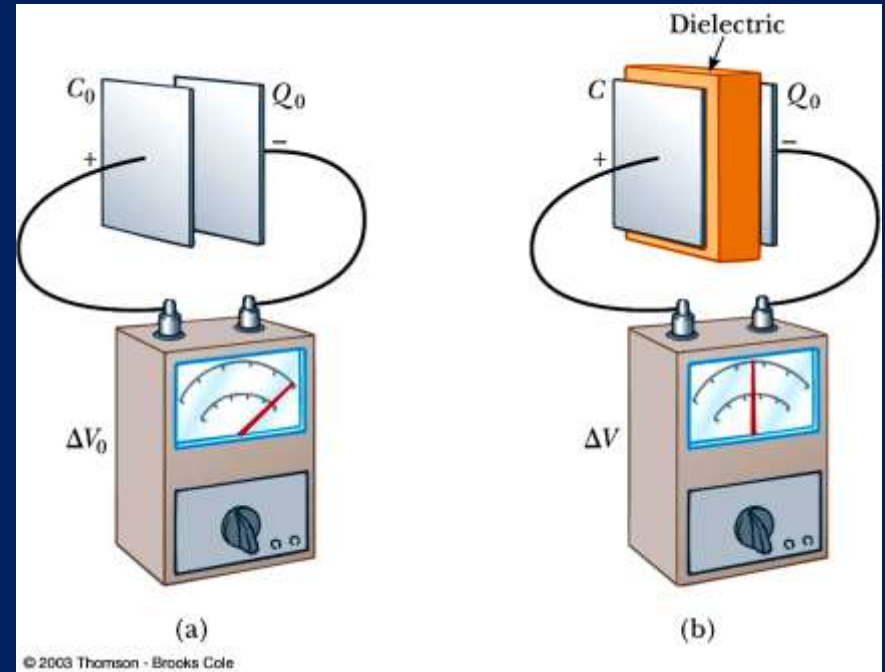
Capacitancia de un capacitor de placas paralelas con dieléctricos

Capacidad sin dieléctrico



$$C_0 = \frac{Q_0}{\Delta V_0} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

- Capacidad con dieléctrico



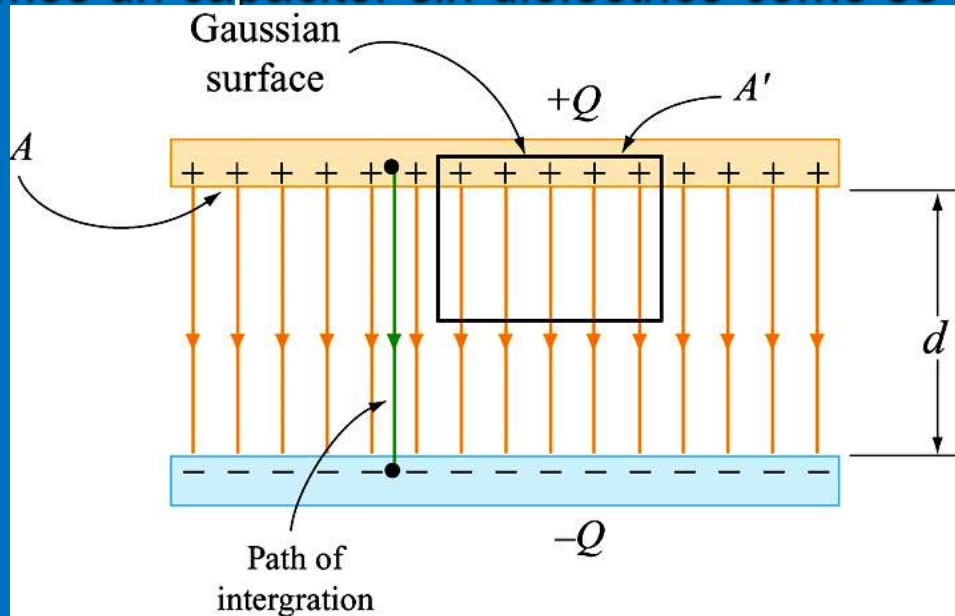
$$C = \kappa C_0 = \frac{\epsilon_0 \kappa A}{d}$$

Constantes Dieléctricas y Resistencias Dieléctricas de Varios Materiales a Temperatura Ambiente

Material	Constante Dieléctrica κ	Resistencia Dieléctrica (V/m)
Aire (seco)	1.00059	3×10^6
Baquelita	4.9	24×10^6
Cuarzo Fundido	3.78	8×10^6
Goma de Neopreno	6.7	12×10^6
Nylon	3.4	14×10^6
Papel	3.7	16×10^6
Poliestireno	2.56	24×10^6
Cloruro de Polivinilo	3.4	40×10^6
Porcelana	6	12×10^6
Vidrio Pyrex	5.6	14×10^6
Aceite de Silicio	2.5	15×10^6
Titanato de estroncio	233	8×10^6
Teflón	2.1	60×10^6
Vacío	1.00000	-
Agua	80	-

4.3 BASES FISICAS DE κ

- Consideremos un capacitor sin dieléctrico como se muestra en la figura



- El campo eléctrico se obtiene a partir de la ley de Gauss

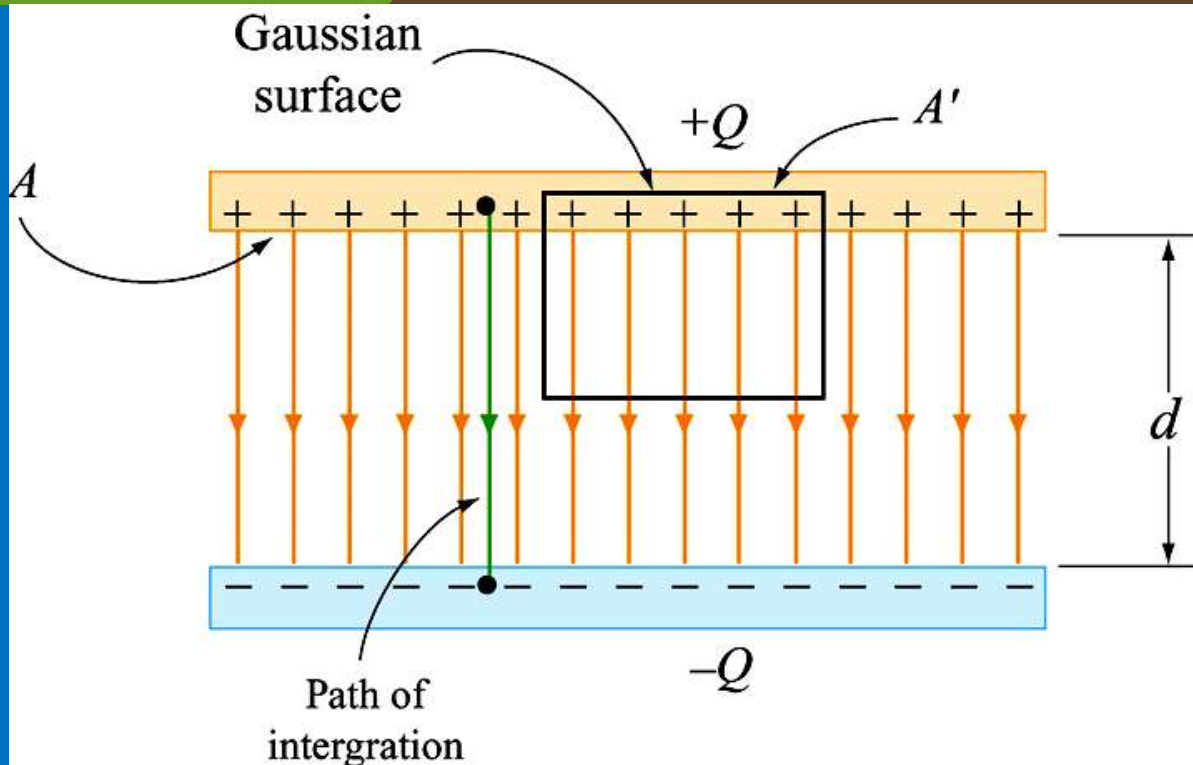
$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$EA' = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A'}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

- El potencial será

$$\Delta V_0 = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0}$$

4.3 BASES FISICAS DE κ

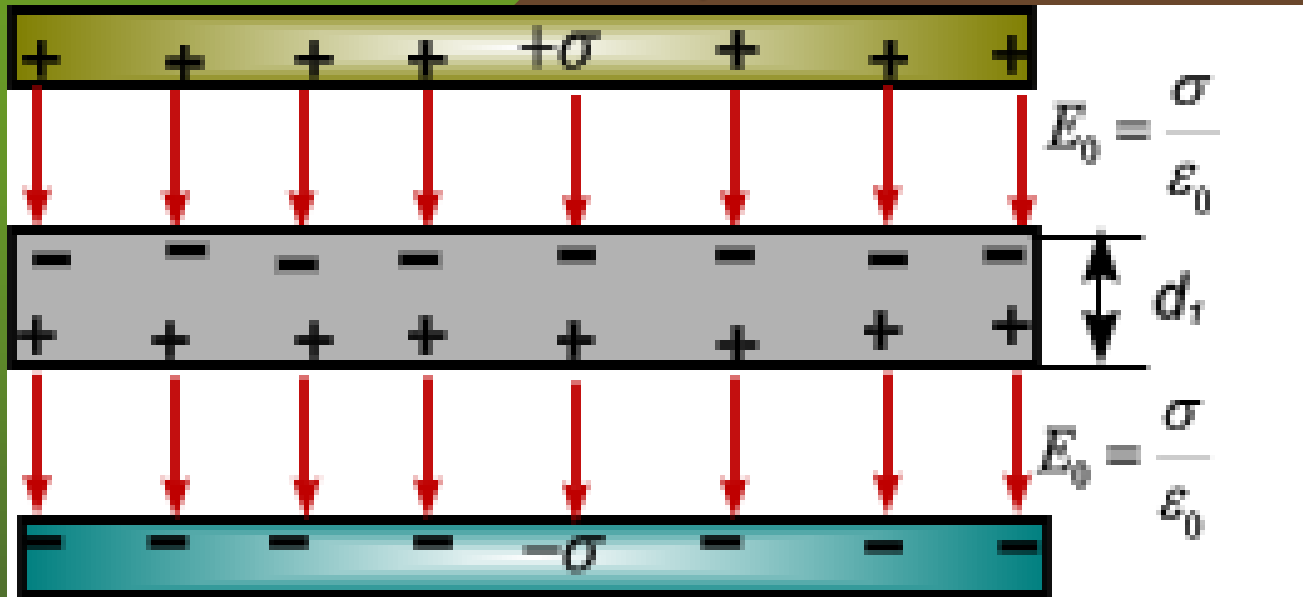


- La capacidad será

$$C_0 = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\sigma A}{\frac{\sigma d}{\epsilon_0}} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

4.3 BASES FISICAS DE κ

- Introduzcamos ahora una placa metálica entre las armaduras del



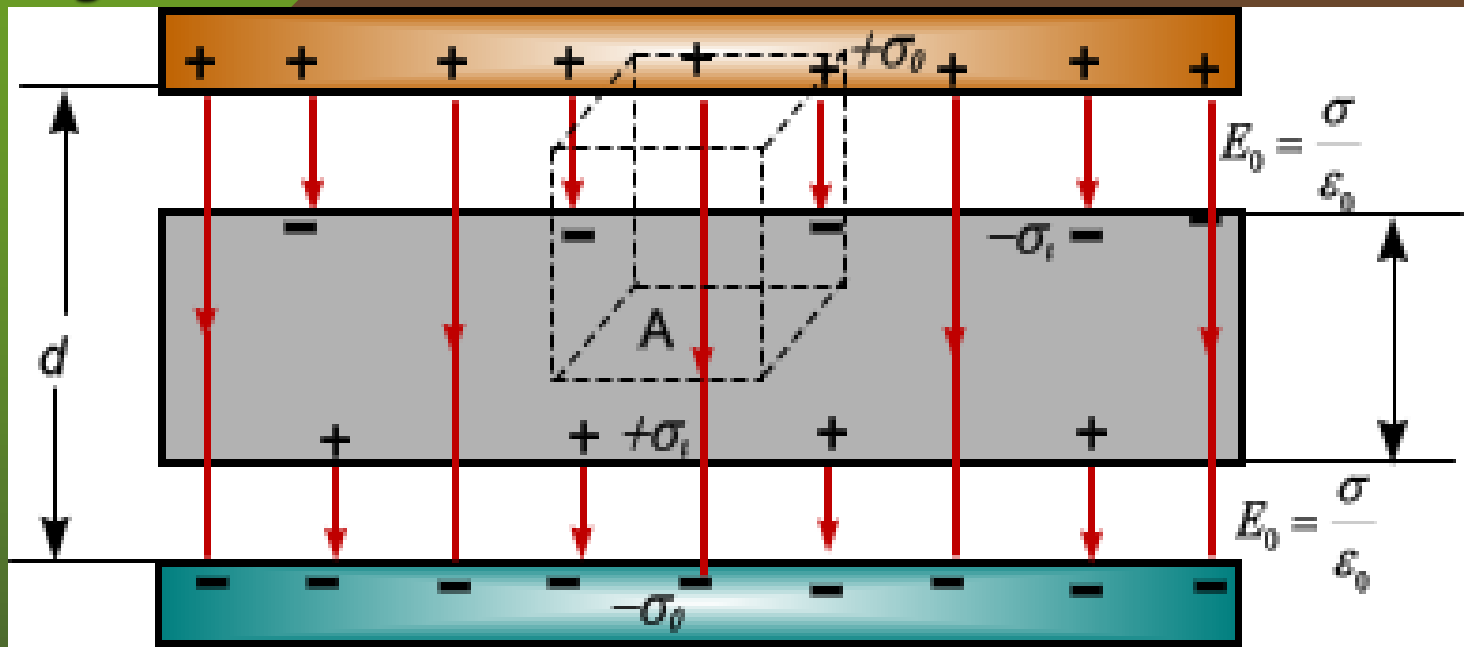
$$\Delta V = \frac{\sigma(d - d_o)}{\epsilon_0}$$

$$\kappa = \frac{C}{C_0} = \frac{Q / \Delta V}{Q / \Delta V_0}$$

$$\kappa = \frac{\Delta V_0}{\Delta V} = \frac{\frac{\sigma d}{\epsilon_0}}{\frac{\sigma(d - d_o)}{\epsilon_0}} = \frac{d}{d - d_o}$$

BASES FÍSICAS DE κ ---Continuación

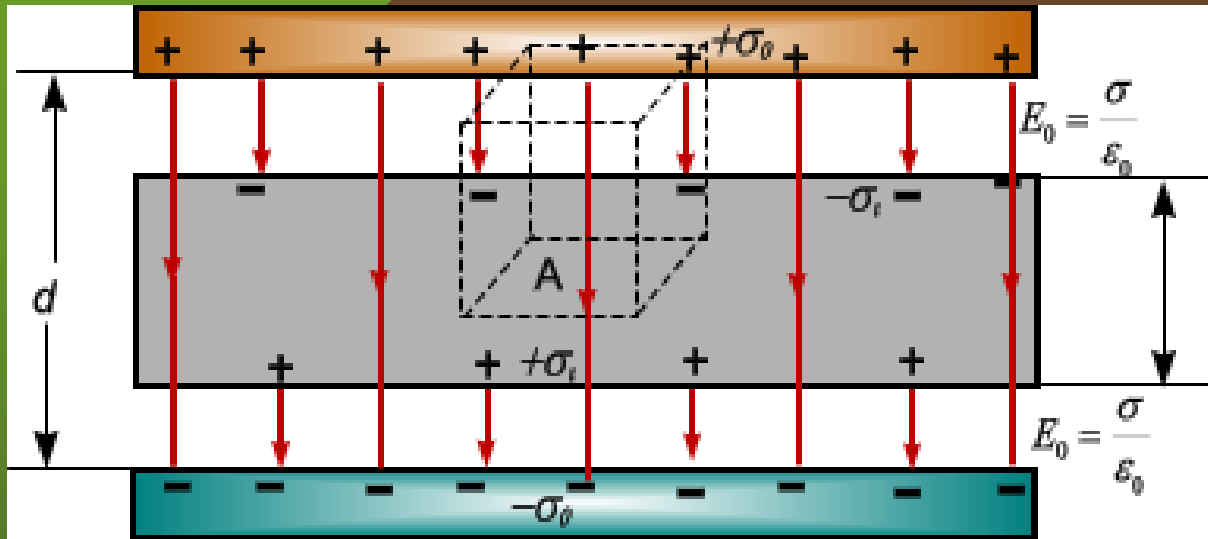
- Si en lugar de insertar un metal se coloca un dieléctrico



$$\oiint_{SG} \vec{E} \cdot \hat{n} dA = \frac{q_{neta}}{\epsilon_0} \Rightarrow EA = \frac{q_{libre} - q_{ligada}}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{q_0 - q_i}{\epsilon_0 A}$$

BASES FISICAS DE κ ---Continuación



$$E = \frac{\sigma_0 - \sigma_i}{\epsilon_0}$$

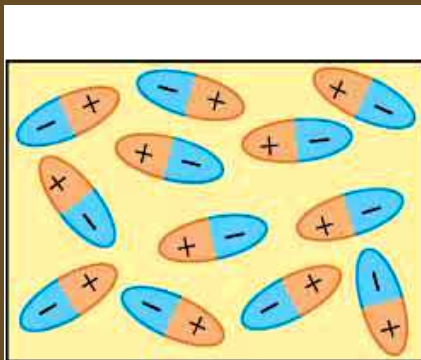
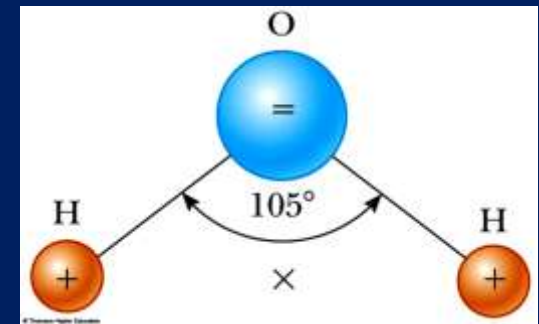
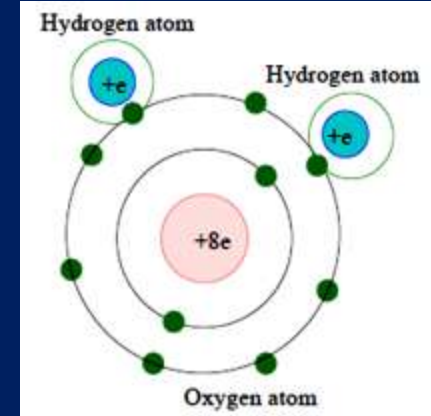
$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\left(\frac{\sigma_0 - \sigma_i}{\epsilon_0} \right) d} = \frac{\epsilon_0 Q}{(\sigma_0 - \sigma_i) d}$$

$$\Delta V = Ed = \left(\frac{\sigma_0 - \sigma_i}{\epsilon_0} \right) d$$

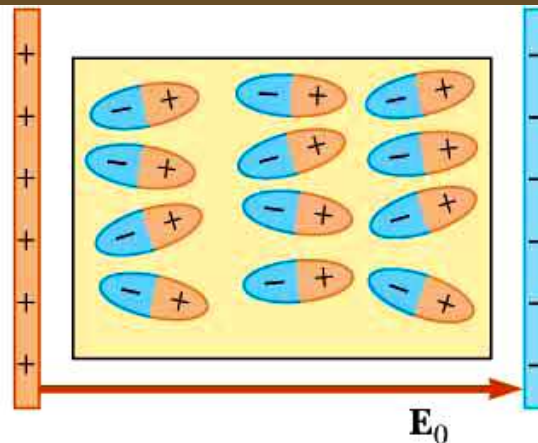
$$\kappa = \frac{C}{C_0} = \frac{\frac{\epsilon_0 Q}{(\sigma_0 - \sigma_i) d}}{\frac{\epsilon_0 Q}{(\sigma_0) d}} = \frac{\sigma_0}{\sigma_0 - \sigma_i}$$

4.4 DIELECTRICOS POLARES

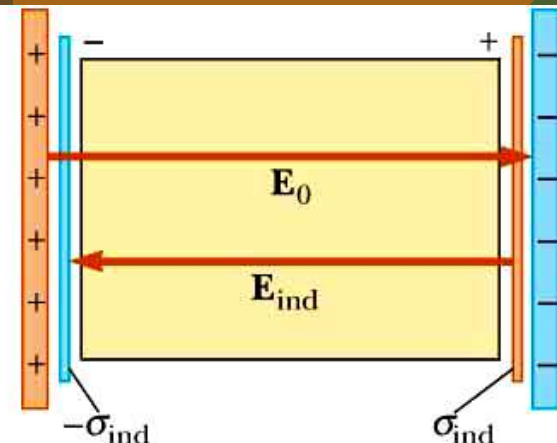
- Tienen momentos dipolares eléctricos permanentes
- El centro de la carga negativa no coincide con la de la carga positiva
- Ejemplos: HCl, CO, HN, agua,
- Se encuentran orientadas al azar
- Se alinean con la aplicación de campos



(a)



(b)

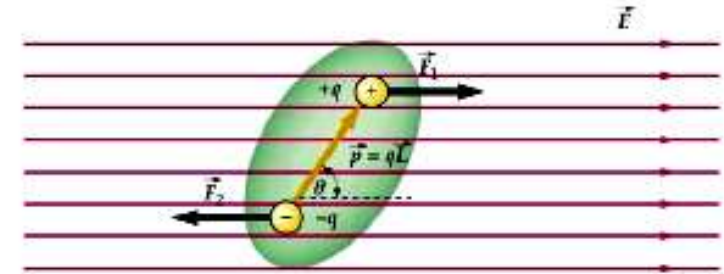


(c)

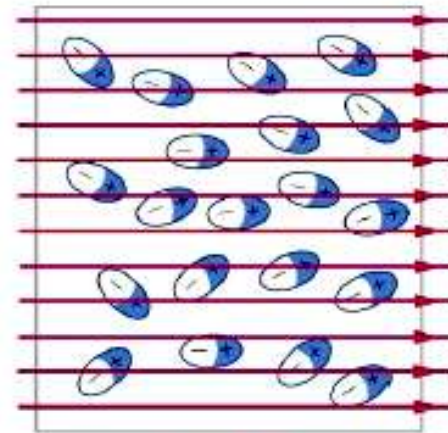
4.4 DIELECTRICOS POLARES

Podemos considerar dos tipos de dieléctricos:

- A) Dieléctricos polares. Están compuestos por moléculas asimétricas, de forma que cada molécula se comporta como un pequeño dipolo. Cuando hay un campo eléctrico, las moléculas se orientan con respecto al campo.



(a)

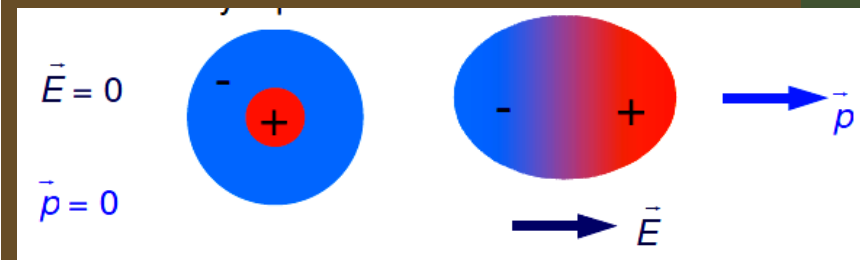
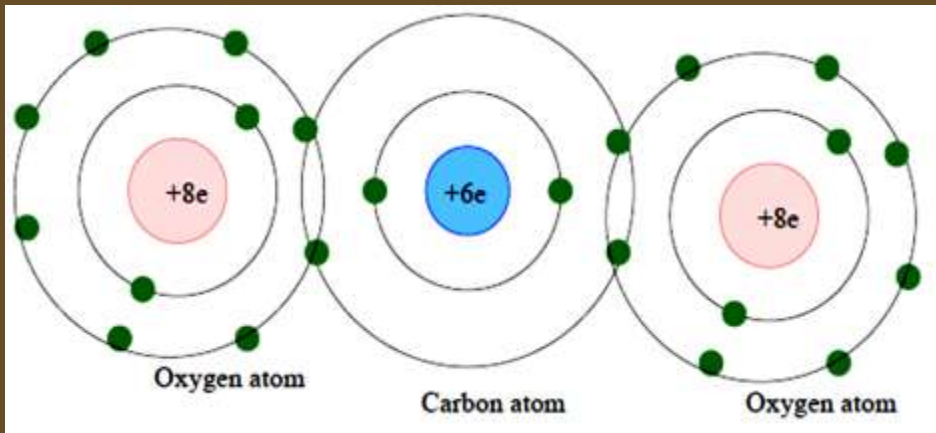


(b)

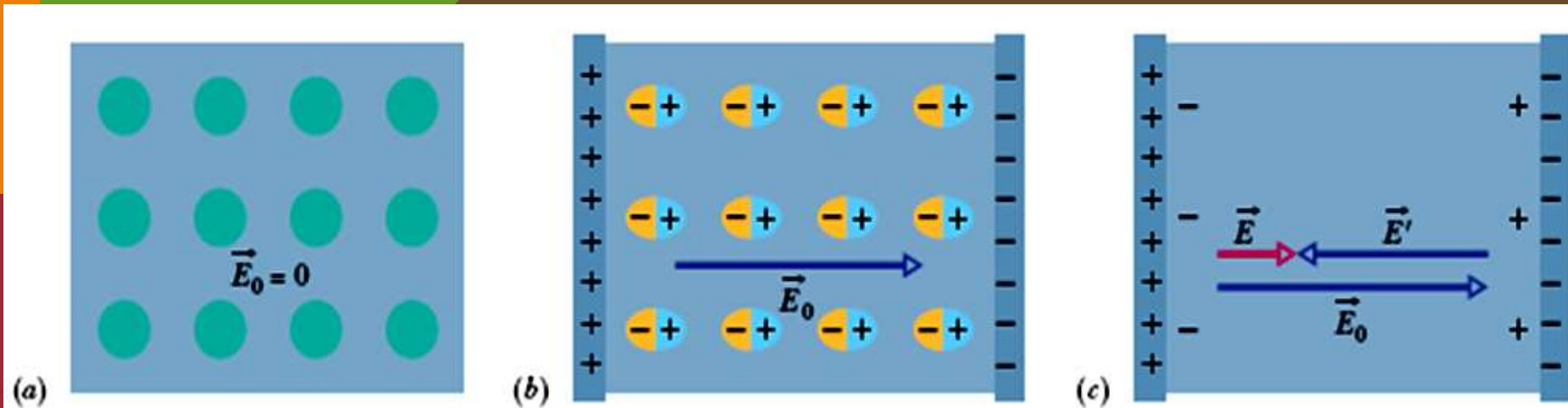
- El grado de **polarización** depende del material (tipo de moléculas) y de la temperatura: a mayor T , mayor es la agitación térmica, que desordena la orientación.

4.5 DIELECTRICOS NO POLARES

- No tienen momentos dipolares permanentes.
- Ejemplos el Hidrógeno, oxígeno, nitrógeno, dióxido de carbono
- Cuando se le aplica un campo eléctrico externo se polarizan.
- El grado de polarización depende de la temperatura.



4.5 DIELECTRICOS NO POLARES



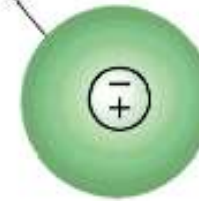
- Al aplicar un campo externo E_0 , aparece un campo de polarización E_P debido a las cargas en las caras izquierda y derecha, siendo el campo neto.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

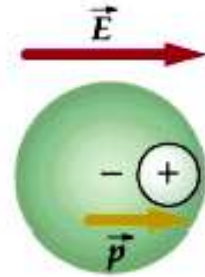
4.5 DIELECTRICOS NO POLARES

- B) Dieléctricos apolares. Están compuestos por moléculas simétricas, y si no hay campo eléctrico, no existen dipolos. Cuando actúa un campo exterior, éste deforma la molécula y la transforma en un dipolo temporal orientado con el campo.

Molécula simétrica
sin campo

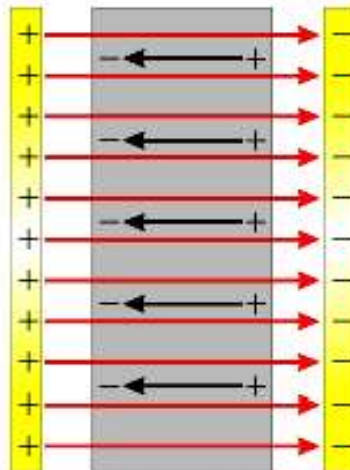
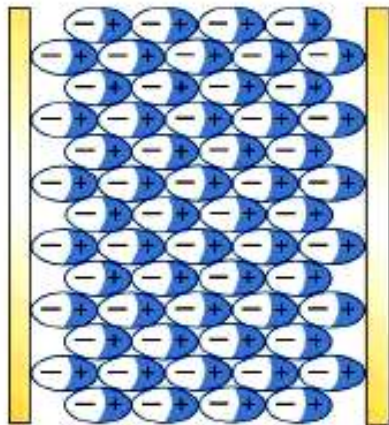


(a)



(b)

- Sea como sea el dieléctrico, el resultado final es el mismo: los dipolos orientados crean un campo eléctrico interno en el dieléctrico, en sentido contrario del campo exterior



Aparece un campo interior $\vec{E}_i$ en sentido contrario al campo exterior $\vec{E}_0$. Por lo tanto, en el **interior** del dieléctrico se tiene:

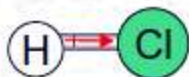
$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i \implies E = E_0 - E_i$$

Podemos deducir que $E < E_0$. El efecto final es que:

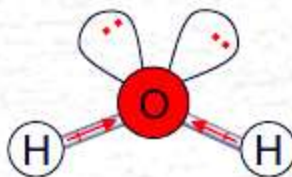
El campo E interno del dieléctrico es menor que el campo en el exterior.

MOLECULAS POLARES Y NO POLARES

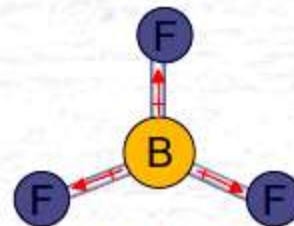
Momento Dipolar



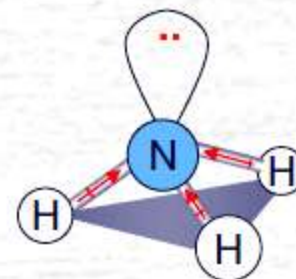
Polar



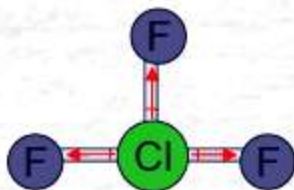
Polar



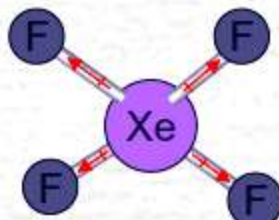
No-polar



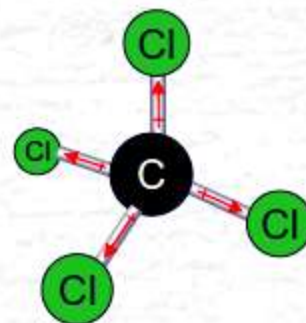
Polar



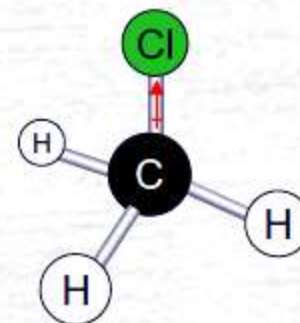
Polar



No-polar



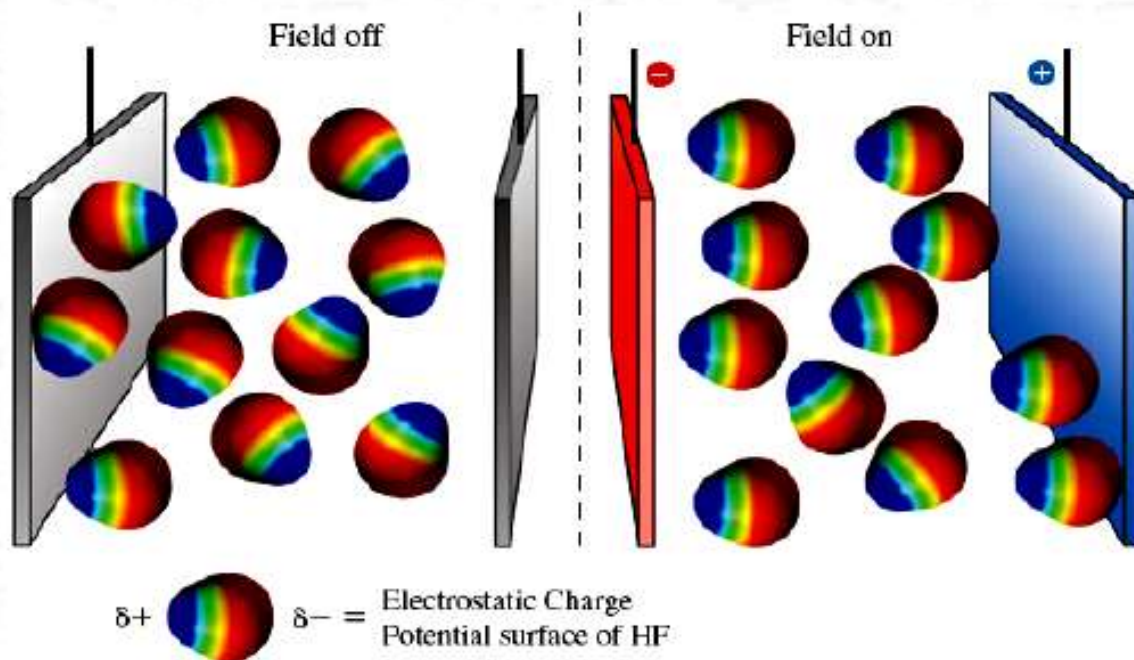
No-polar



Polar

DEFINICIÓN DE POLARIZACIÓN

POLARIZACIÓN ELÉCTRICA: Separación mediante un campo eléctrico aplicado, de las cargas positivas y negativas que contiene un cuerpo en estado neutro.



DIPOLO ELÉCTRICO:

Es la formación de cargas relativas de signos opuestos a una distancia fija sobre cualquier sustancia.

TIPOS DE POLARIZACIÓN

SIN CAMPO CAMPO APLICADO

← E

Polarización electrónica



Polarización iónica



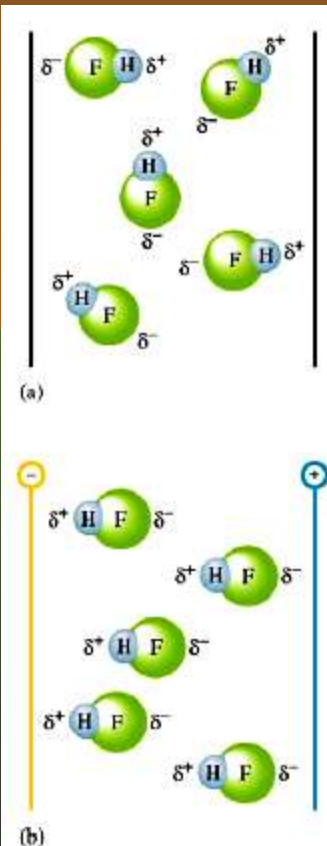
Polarización dipolar



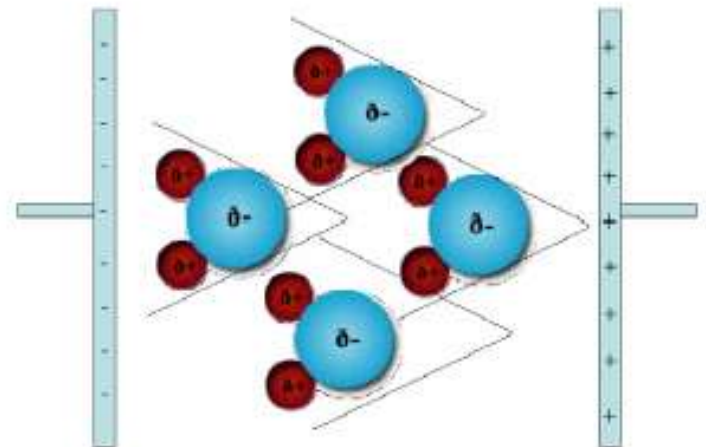
Polarización por Carga Espacial



¿Qué tipo de polarización tendrá el agua y el ácido fluorhídrico?



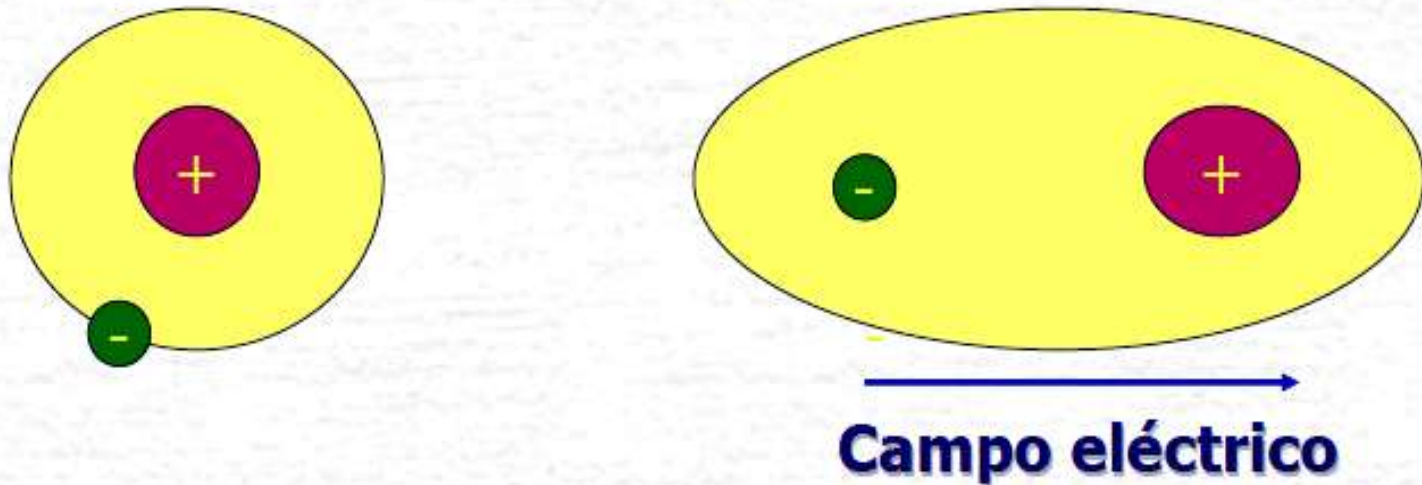
Ej: H_2O , buen dieléctrico ($\kappa=80$)
(polarización por orientación)



TIPOS DE POLARIZACIÓN

Existen dos fuentes para inducir un momento dipolar:

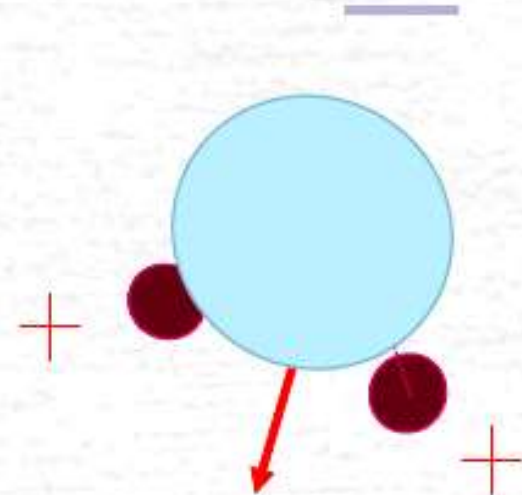
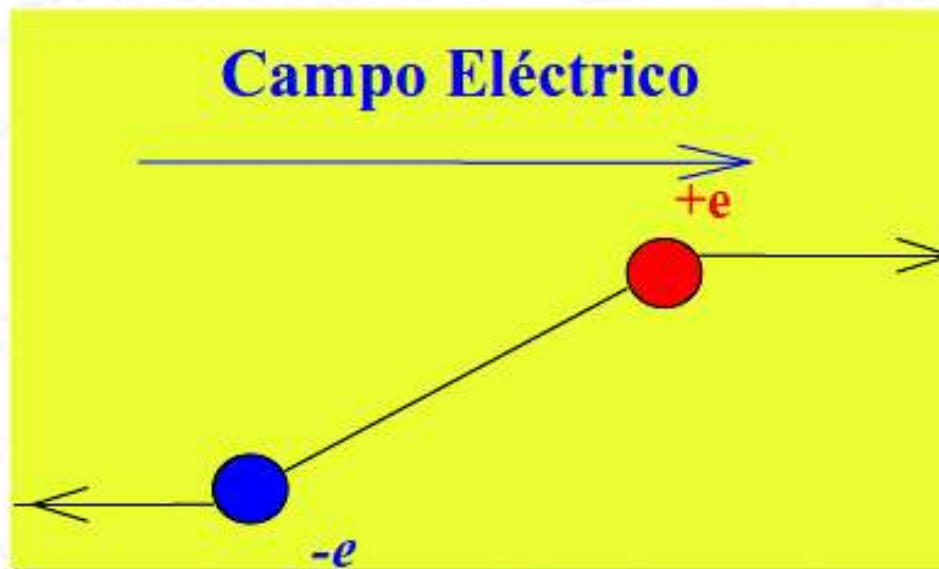
- a. **Polarización del Electrón** – se produce por el desplazamiento del nuclear y de los electrones en el átomo bajo la influencia de un campo eléctrico externo. Como los electrones son muy pequeños tienen una rápida respuesta a los cambios del campo, en campos eléctricos producidos por frecuencias elevadas (ópticas) estos siguen la dirección de influencia del campo



TIPOS DE POLARIZACIÓN

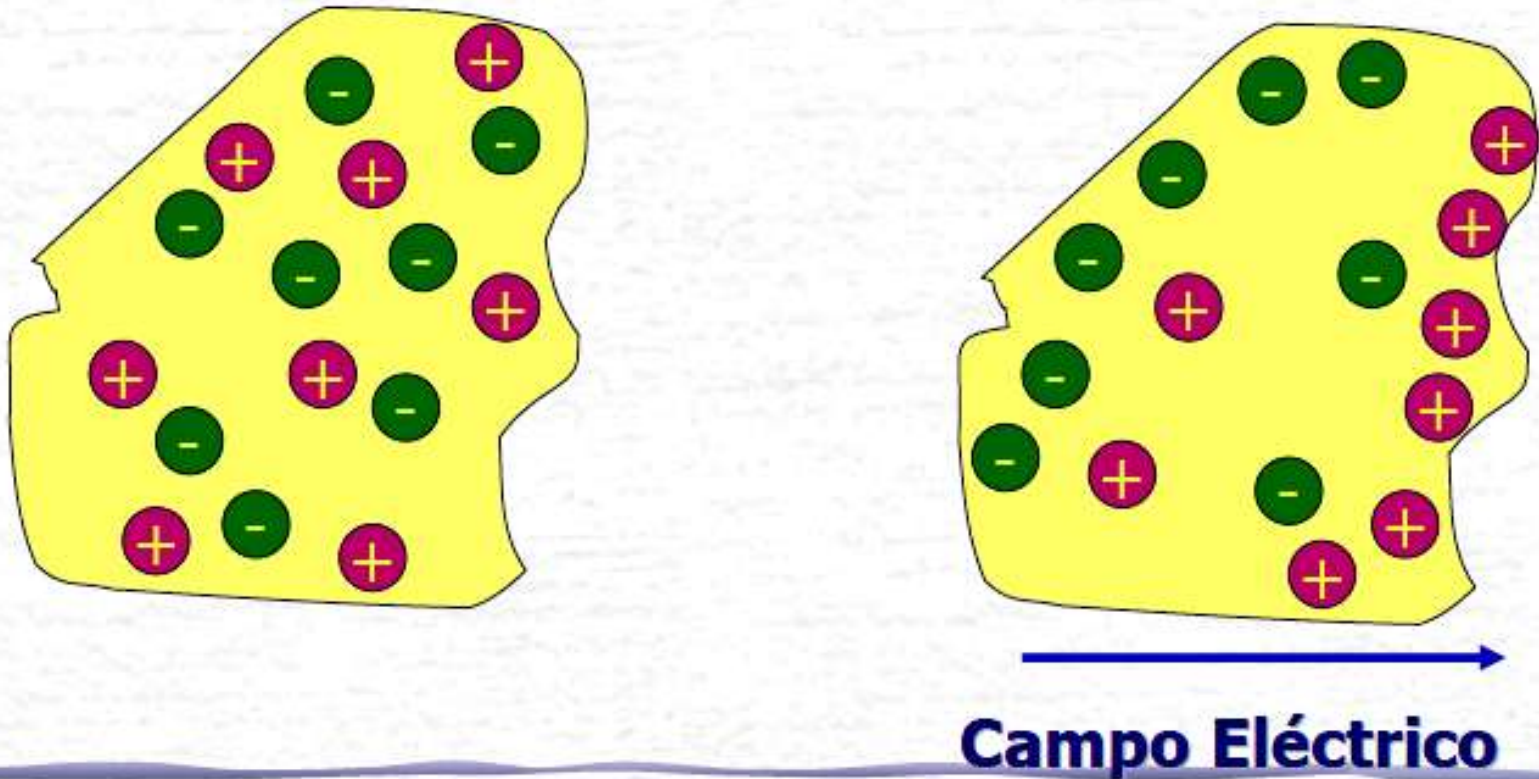
b. **Polarización Atómica** – El desplazamiento de los átomos o grupos de átomos en la molécula bajo la influencia de la aplicación de un campo eléctrico externo.

El campo eléctrico re-direcciona los dipolos permanentes.



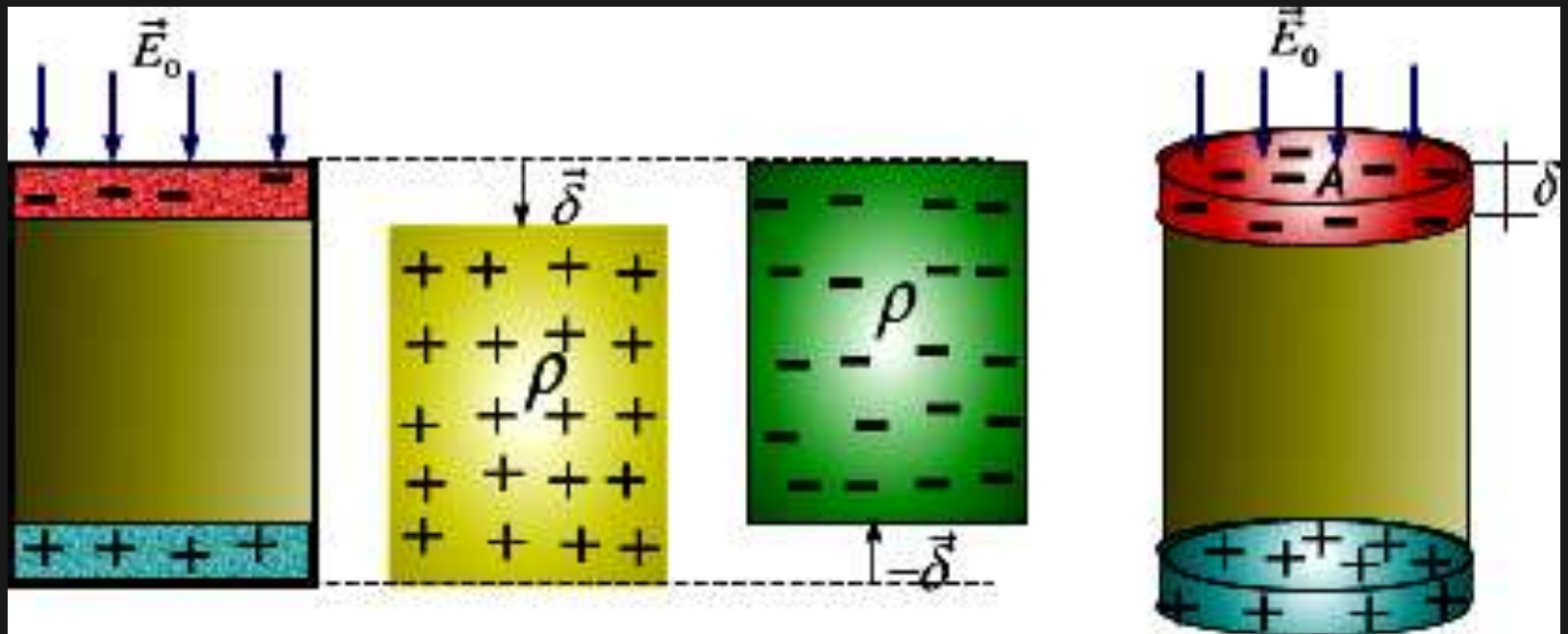
TIPOS DE POLARIZACIÓN

c. **Polarización Iónica:** En una **estructura iónica**, los **iones positivos** son desplazados en la dirección del campo aplicado mientras que los **iones negativos** son desplazados en dirección opuesta, dando como resultado **momento dipole** (*aparente*).



V. VECTOR POLARIZACIÓN (P)

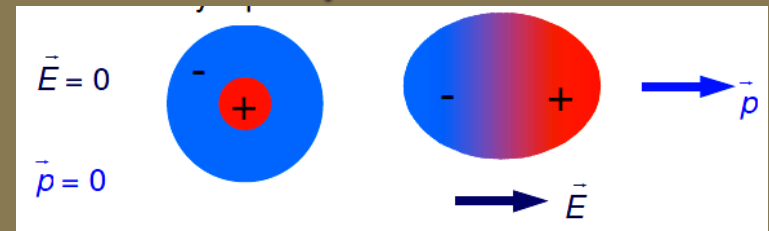
- Se ha demostrado que los dieléctricos están formados por dipolos permanentes o no permanentes
- Al aplicar un campo externo, los dipolos se orientan
- Producto de la orientación aparecen cargas de diferente signo en las caras opuestas del dieléctrico (**Cargas ligadas o inducidas**)



Vector polarización_2

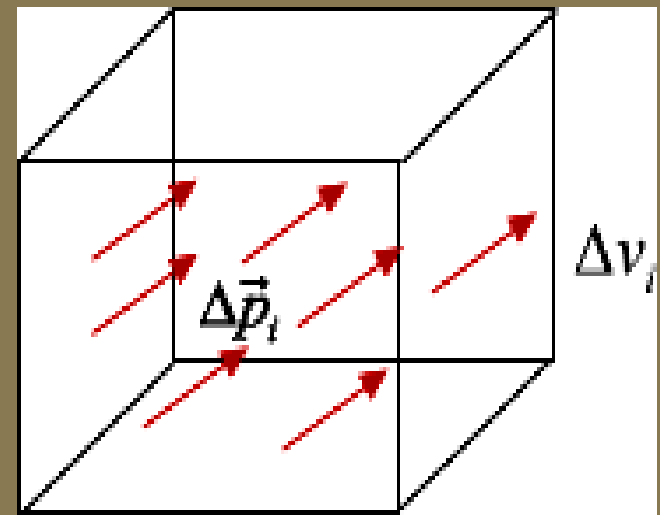
- Con el objeto de definir el vector polarización consideremos un dieléctrico formado por N moléculas sobre las que actúa un campo externo $\vec{E}$. Cada una de las moléculas polares adquiere un pequeño momento dipolar $\vec{p}_i$. Por tanto, un elemento macroscópico de volumen ΔV que contiene m dipolos de esta clase tendrá un momento dipolar medio

$$\Delta \vec{p} = \sum_{i=1}^m \vec{p}_i$$



El vector polarización $\vec{P}$ macroscópico se define como el momento dipolar medio por unidad de volumen

$$\vec{P} = \frac{1}{\text{Volumen}} \sum_{i=1}^m \vec{p}_i$$



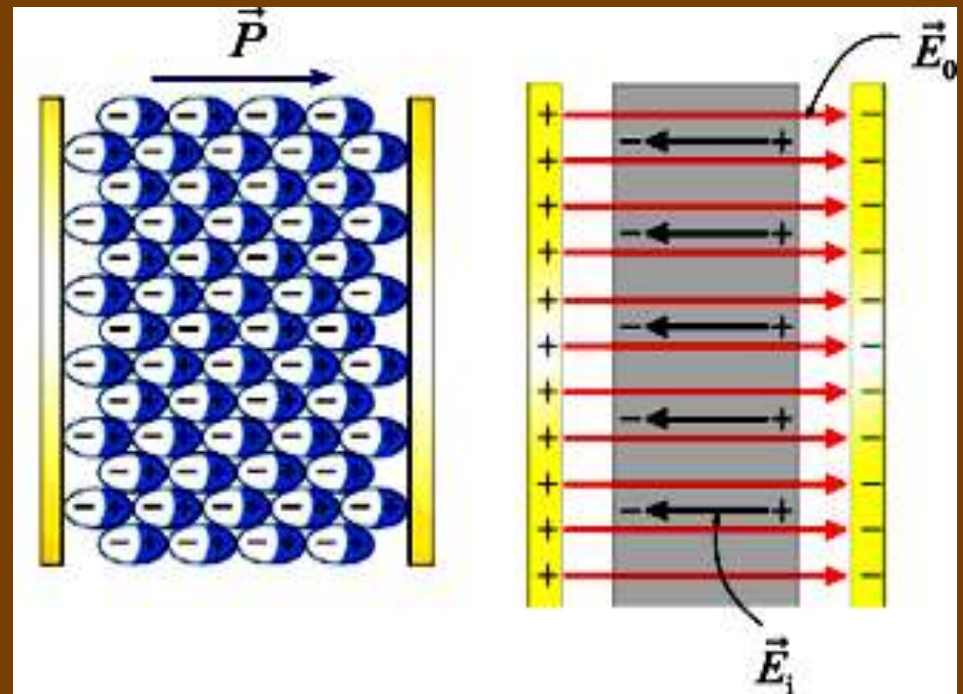
Vector polarización_3

- El vector polarización en un punto se expresa en la forma

$$\vec{P} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta v} \right) = \frac{d\vec{p}}{dv}$$

- La existencia de una polarización implica la presencia de un nuevo campo eléctrico dentro del dieléctrico el mismo que cancela parcialmente al campo original.

• Para determinar el campo originado por la polarización, consideremos un material dieléctrico el cual es uniforme en todas partes



Vector polarización_4

- Si la carga positiva se desplaza una distancia vectorial con relación a la carga negativa, entonces la polarización será

$$\vec{P} = \frac{q_i \vec{\delta}}{V} = \rho \vec{\delta}$$

- De la figura se observa que el volumen es $A\delta$, entonces la magnitud del vector polarización es

$$P = \frac{q_i \delta}{A\delta} = \frac{q_i}{A} = \sigma_i$$

- En el caso de que la polarización $\vec{P}$ no sea perpendicular a la superficie la densidad de carga superficial ligada se expresa

$$\sigma_i = \vec{P} \cdot \vec{n} = P \cos \theta$$

$$\sigma_i = P_{\perp}$$

Vector polarización_5

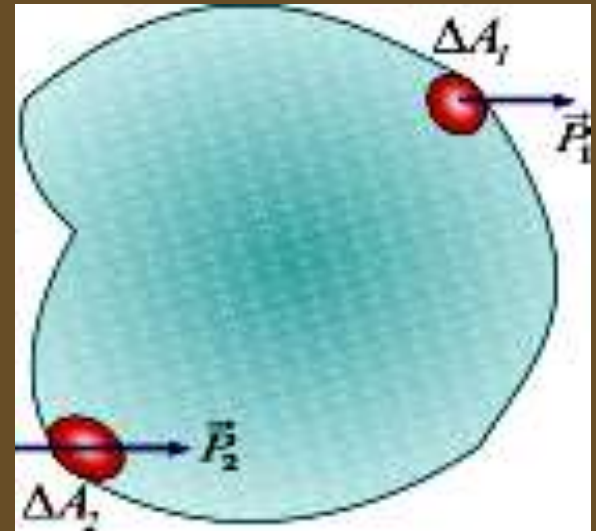
La ecuación anterior podría interpretarse diciendo que el vector polarización empuja una carga a través de un área unitaria de superficie dieléctrica original no polarizada. En otras palabras si el área se considera en el interior del dieléctrico, la cantidad de carga positiva empujada a través de ésta área, cuando se polariza el dieléctrico es

$$\sigma_i = \frac{\Delta Q}{\Delta A} = P_{\perp} \Rightarrow \Delta Q = P_{\perp} \Delta A$$

$$Q_{fuera} = \sum \Delta Q = \sum P_{\perp} \Delta A$$

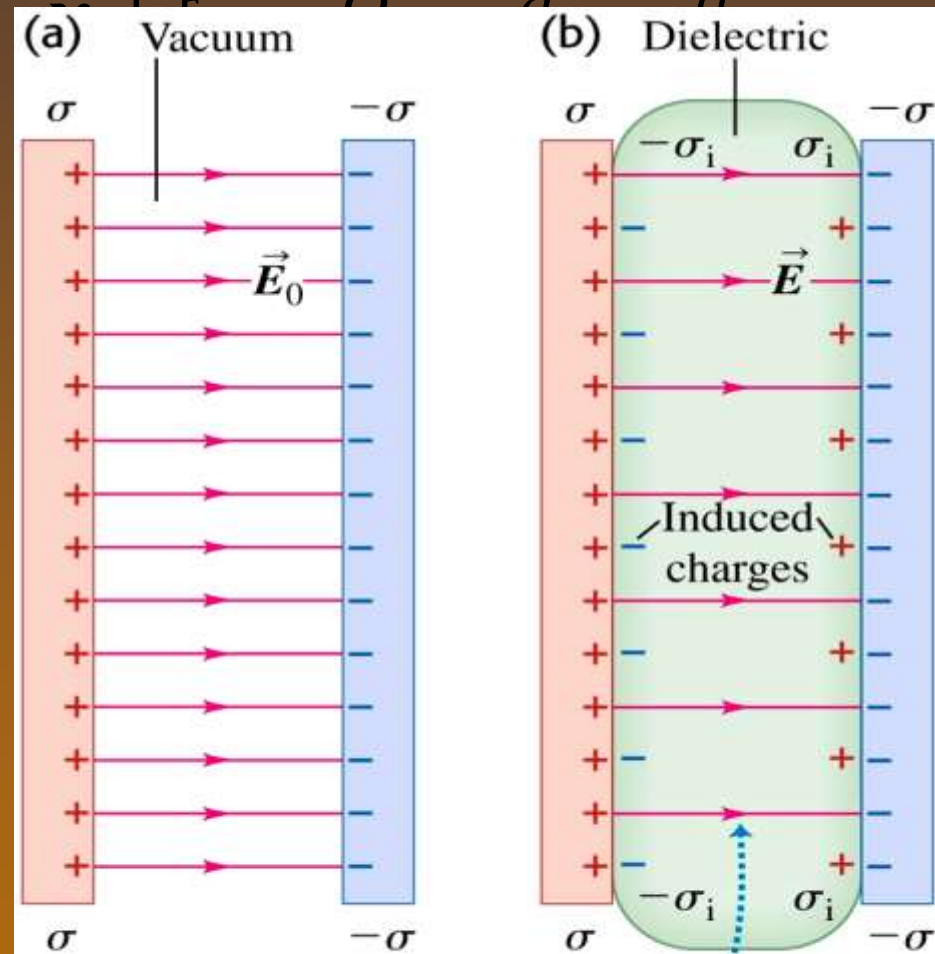
$$Q_{fuera} = \int_S P_{\perp} dA = \int_S P \cos \theta dA$$

$$Q_{dentro} = - \int_S \vec{P} \cdot \vec{n} dA$$



VI. LEY DE GAUSS PARA DIELECTRICOS

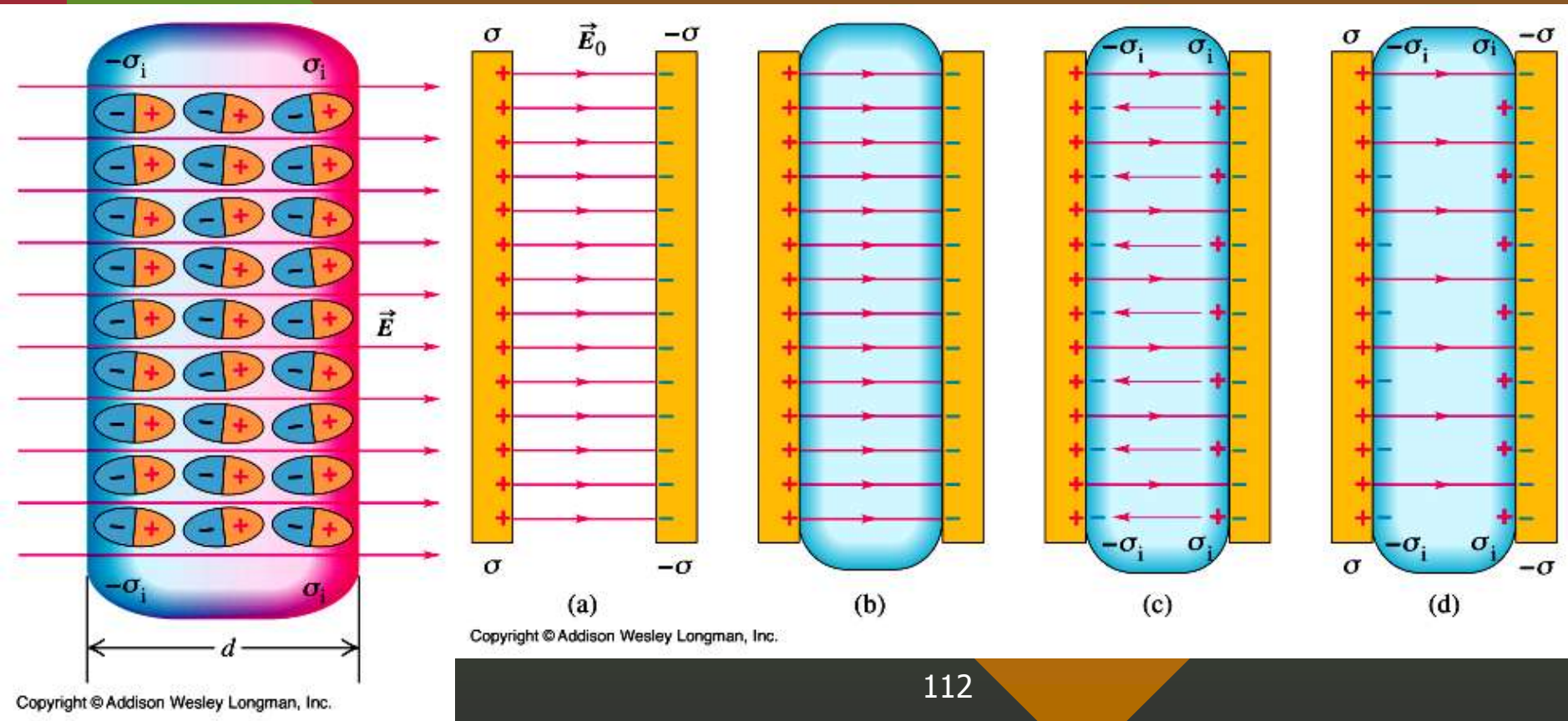
- En el capítulo III se estudió la ley de Gauss y sus aplicaciones en el caso de que las cargas se encontraban en el medio vacío. Ahora apliquemos dicha ley en el caso de la presencia de dieléctricos para esto, consideremos un capacitor de placas paralelas con un dieléctrico en su interior tal como se muestra en la figura



For a given charge density σ , the induced charges on the dielectric's surfaces reduce the electric field between the plates.

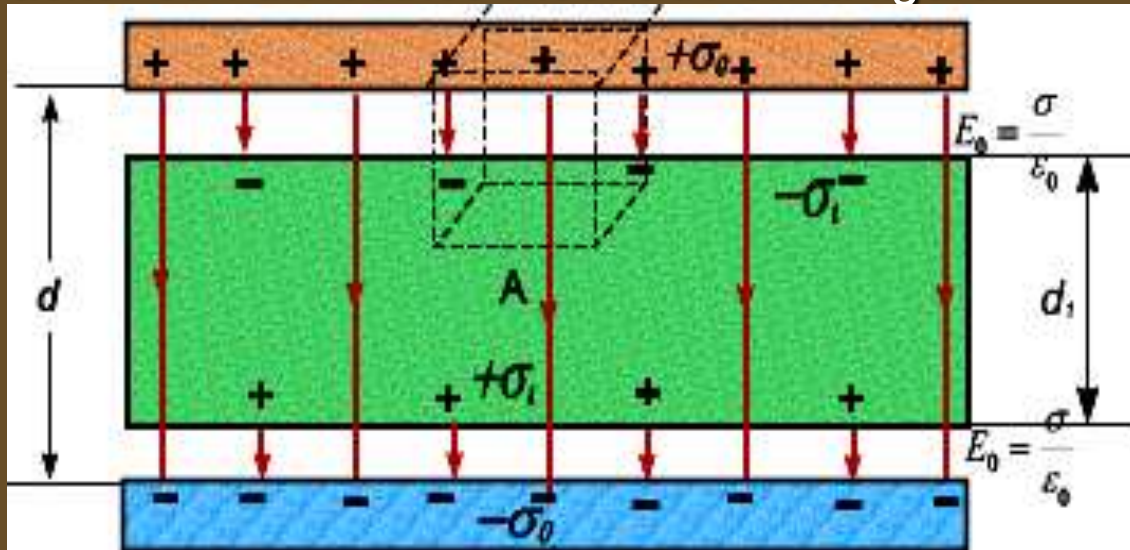
VI. Ley de Gauss para dieléctricos

Antes de mostrar la ley de Gauss es necesario ver el comportamiento del campo eléctrico dentro de un dieléctrico



VI. LEY DE GAUSS PARA DIELECTRICOS

- Para mostrar la aplicación de la ley de Gauss consideremos el capacitor con dieléctrico mostrado en la figura

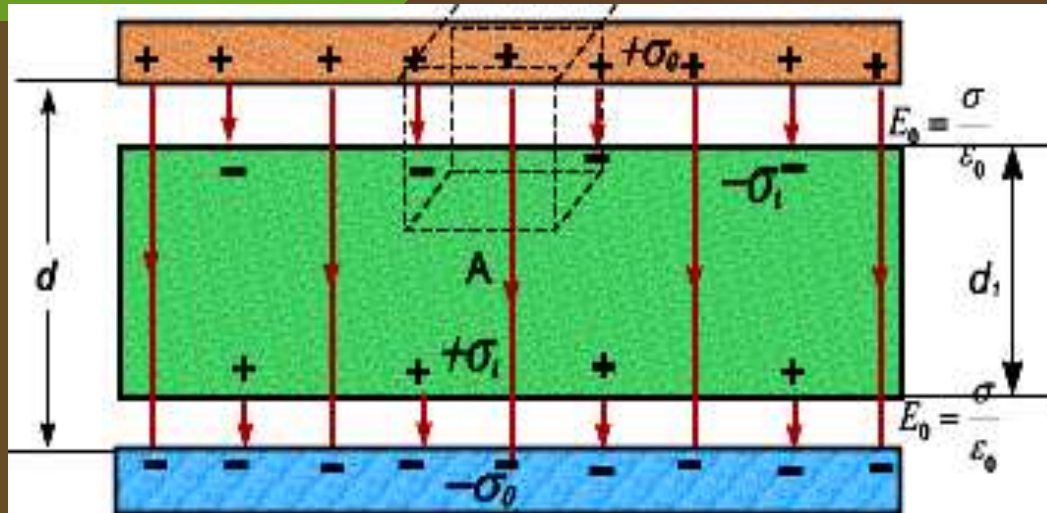


- Es decir la ley de Gauss se escribe

$$\oint_{SG} \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{q_{libre}}{\epsilon_0} + \frac{q_{ligada}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{q_{libre}}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0} \oint \vec{P} \cdot \vec{n} dA$$

VI. LEY DE GAUSS PARA DIELECTRICOS



$$\oiint (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \cdot \vec{n} dA = q_{\text{neta, libre}}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e)$$

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

$$\kappa = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = (1 + \chi_e)$$

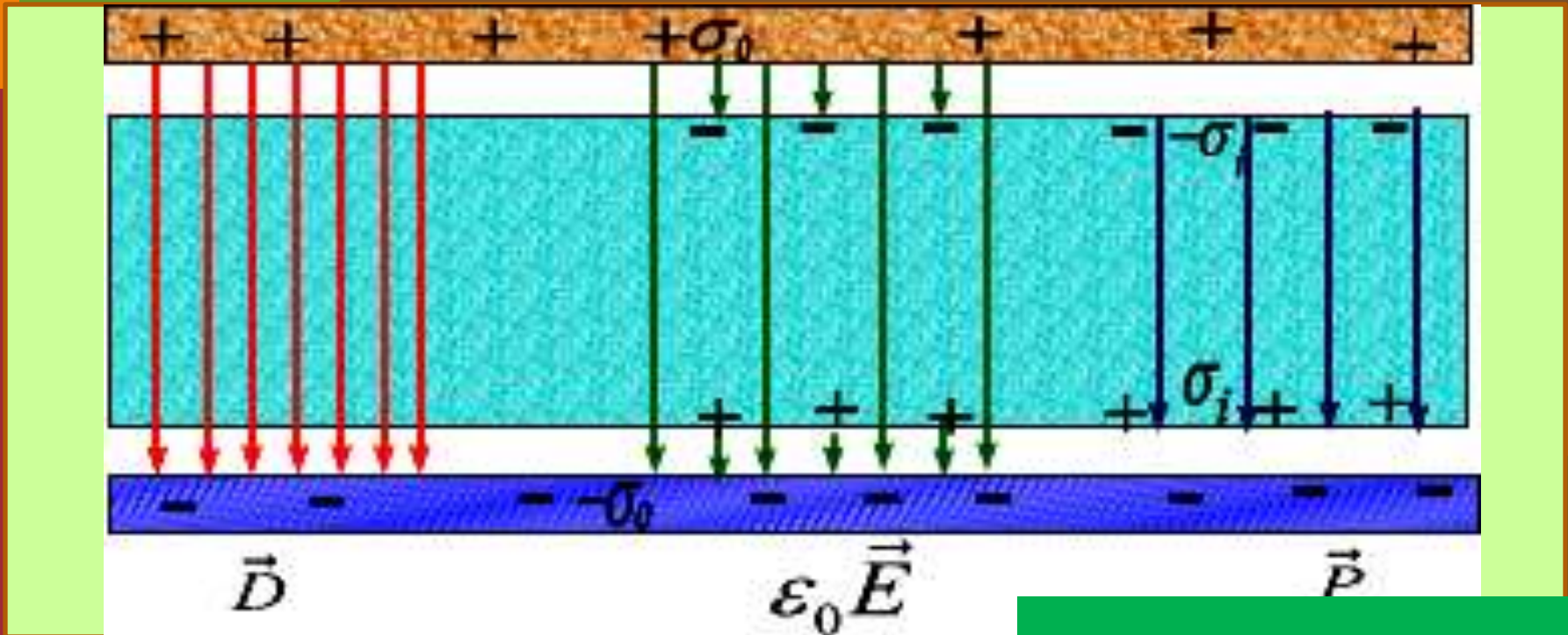
$$\epsilon_0 \oiint (1 + \chi_e) \vec{E} \cdot \vec{n} dA = q_{\text{libre}}$$

$$\epsilon_0 \oiint \kappa \vec{E} \cdot \vec{n} dA = q_{\text{libre}}$$

$$\oiint \epsilon \vec{E} \cdot \vec{n} dA = q_{\text{libre}}$$

VII. Desplazamiento Eléctrico

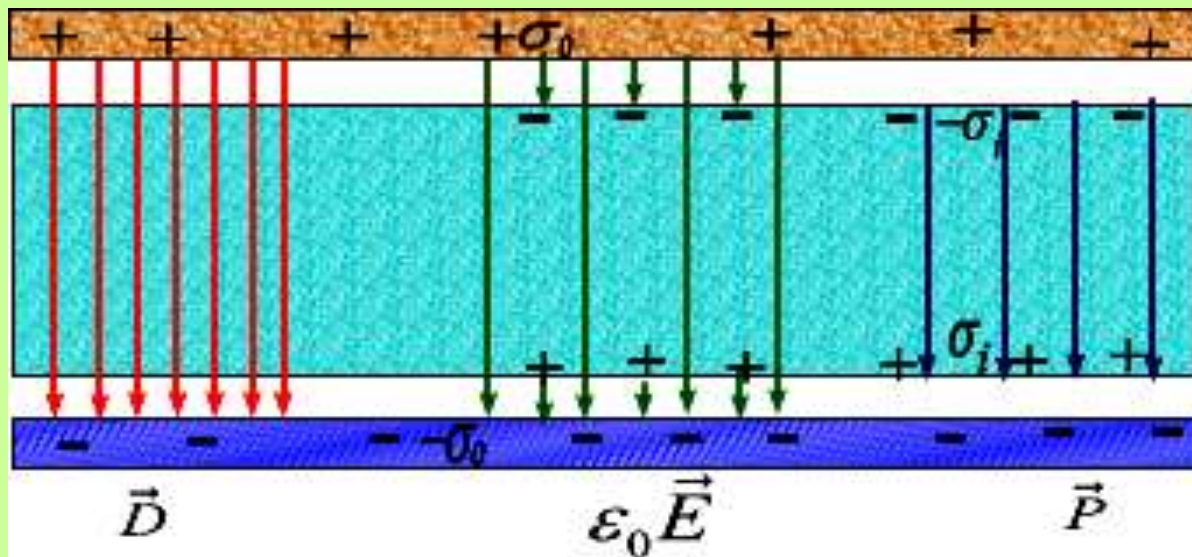
- Cuando se tiene un dieléctrico en el interior de un capacitor de placas paralelas y se aplica la ley de Gauss a una superficie gaussiana, se tiene



$$\oint_{SG} \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{q_0}{\epsilon_0} - \frac{q_i}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{\sigma_0 A}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_i A}{\epsilon_0}$$

VII. Desplazamiento Eléctrico



$$\sigma_0 = \epsilon_0 E + \sigma_i = \epsilon_0 E + P$$

$$D = \epsilon_0 E + P$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E}$$

$$\vec{D} = \kappa \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

$$\oint_{SG} \vec{D} \cdot \vec{n} dA = q_{libre}$$

Ejemplo 01

- Un capacitor de placas paralelas de 3,54 mm y área 2 m² está inicialmente cargado a una diferencia de potencial de 1000 V. Si ahora se desconecta la batería y se inserta una lámina de dieléctrico de constante $\kappa = 2$ hasta que llene completamente el espacio entre las placas del capacitor. Determine: (a) la capacitancia, (b) la diferencia de potencial entre las placas del capacitor, (c) la densidad de carga superficial, (d) el campo eléctrico y (e) el vector desplazamiento eléctrico, antes y después de la inserción del dieléctrico

Ejemplo 02

- Un capacitor en el aire tiene una separación entre sus placas paralelas de $1,5 \text{ cm}$ y un área de placa de 25 cm^2 , las placas están conectadas a una batería la que le cargada a una diferencia de potencial de 250 V . Si ahora el capacitor es desconectado de la fuente de energía y en seguida se sumerge en agua destilada $\kappa = 80$. Determine : (a) la carga antes y después de la inmersión, (b) la capacitancia después de la inmersión y (c) el cambio en la energía del capacitor

SOLUCIÓN

Originally,

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{Q}{(\Delta V)_i}.$$

- (a) The charge is the same before and after immersion, with value $Q = \frac{\epsilon_0 A(\Delta V)_i}{d}$.

$$Q = \frac{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(25.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(250 \text{ V})}{(1.50 \times 10^{-2} \text{ m})} = \boxed{369 \text{ pC}}$$

(b) Finally,

$$C_f = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} = \frac{Q}{(\Delta V)_f} \quad C_f = \frac{80.0(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(25.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{(1.50 \times 10^{-2} \text{ m})} = \boxed{118 \text{ pF}}$$

$$(\Delta V)_f = \frac{Qd}{\kappa \epsilon_0 A} = \frac{\epsilon_0 A(\Delta V)_i d}{\kappa \epsilon_0 A d} = \frac{(\Delta V)_i}{\kappa} = \frac{250 \text{ V}}{80.0} = \boxed{3.12 \text{ V}}.$$

(c) Originally,

$$U_i = \frac{1}{2} C (\Delta V)_i^2 = \frac{\epsilon_0 A (\Delta V)_i^2}{2d}.$$

Finally,

$$U_f = \frac{1}{2} C_f (\Delta V)_f^2 = \frac{\kappa \epsilon_0 A (\Delta V)_i^2}{2d \kappa^2} = \frac{\epsilon_0 A (\Delta V)_i^2}{2d \kappa}.$$

So,

$$\Delta U = U_f - U_i = \frac{-\epsilon_0 A (\Delta V)_i^2 (\kappa - 1)}{2d \kappa}$$

$$\Delta U = - \frac{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(25.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(250 \text{ V})^2(79.0)}{2(1.50 \times 10^{-2} \text{ m})(80.0)} = \boxed{-45.5 \text{ nJ}}.$$

Ejemplo 03

- (a) ¿Cuánta carga se le puede suministrar a un capacitor con aire entre las placas antes que se rompa el dieléctrico, si el área de cada una de sus placas es de 5 cm^2 ? Considere que $(E_{\text{max}})_{\text{aire}} = 3.10 \times 10^6 \text{ V/m}$; (b) ¿Qué pasaría si? Determine la carga máxima en el caso de que se utilice poliestireno de constante $\kappa = 2.56$ entre sus placas?. Para el poliestireno $E_{\text{max}} = 24.10 \times 10^6 \text{ V/m}$

Solución

$$Q_{\max} = C \Delta V_{\max},$$

but $\Delta V_{\max} = E_{\max} d.$

Also, $C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}.$

Thus, $Q_{\max} = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} (E_{\max} d) = \kappa \epsilon_0 A E_{\max}.$

(a) With air between the plates, $\kappa = 1.00$

and $E_{\max} = 3.00 \times 10^6 \text{ V/m}.$

Therefore,

$$Q_{\max} = \kappa \epsilon_0 A E_{\max} = (8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(5.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(3.00 \times 10^6 \text{ V/m}) = \boxed{13.3 \text{ nC}}.$$

(b) With polystyrene between the plates, $\kappa = 2.56$ and $E_{\max} = 24.0 \times 10^6 \text{ V/m}.$

$$Q_{\max} = \kappa \epsilon_0 A E_{\max} = 2.56(8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m})(5.00 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(24.0 \times 10^6 \text{ V/m}) = \boxed{272 \text{ nC}}$$

Ejemplo 04

- Un capacitor de placas paralelas de 2 nF está conectado a una batería cuya diferencia de potencial es $\Delta V_1 = 100 \text{ V}$ y luego se le aísla. El material dieléctrico entre las placas es mica cuya constante dieléctrica es $\kappa = 5$. (a) ¿Cuánto trabajo debe realizarse para retirar la hoja de mica?. (b) ¿Cuál será la diferencia de potencial en el capacitor una vez retirada la hoja de mica?.

Solución

- (a) We use Equation 26.11 to find the potential energy of the capacitor. As we will see, the potential difference ΔV changes as the dielectric is withdrawn. The initial and final energies are $U_i = \frac{1}{2} \left(\frac{Q^2}{C_i} \right)$ and $U_f = \frac{1}{2} \left(\frac{Q^2}{C_f} \right)$.

But the initial capacitance (with the dielectric) is $C_i = \kappa C_f$. Therefore, $U_f = \frac{1}{2} \kappa \left(\frac{Q^2}{C_i} \right)$.

Since the work done by the external force in removing the dielectric equals the change in potential energy, we have $W = U_f - U_i = \frac{1}{2} \kappa \left(\frac{Q^2}{C_i} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{Q^2}{C_i} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{Q^2}{C_i} \right) (\kappa - 1)$.

To express this relation in terms of potential difference ΔV_i , we substitute $Q = C_i(\Delta V_i)$, and evaluate: $W = \frac{1}{2} C_i (\Delta V_i)^2 (\kappa - 1) = \frac{1}{2} (2.00 \times 10^{-9} \text{ F}) (100 \text{ V})^2 (5.00 - 1.00) = \boxed{4.00 \times 10^{-5} \text{ J}}$.

The positive result confirms that the final energy of the capacitor is greater than the initial energy. The extra energy comes from the work done *on* the system by the external force that pulled out the dielectric.

- (b) The final potential difference across the capacitor is $\Delta V_f = \frac{Q}{C_f}$.

Substituting $C_f = \frac{C_i}{\kappa}$ and $Q = C_i(\Delta V_i)$ gives $\Delta V_f = \kappa \Delta V_i = 5.00(100 \text{ V}) = \boxed{500 \text{ V}}$.

Even though the capacitor is isolated and its charge remains constant, the potential difference across the plates does increase in this case.

Ejemplo 05

- Un capacitor de placas paralelas se elabora utilizando un material dieléctrico cuya constante es $\kappa = 3,00$ y cuya resistencia dieléctrica es $2 \cdot 10^6$ V/m. La capacitancia deseada es $0,25 \mu\text{F}$ y el capacitor debe resistir una diferencia de potencial $\Delta V = 4$ kV. Determine el área mínima de las placas del capacitor

Solución

$$\kappa = 3.00, E_{\max} = 2.00 \times 10^8 \text{ V/m} = \frac{\Delta V_{\max}}{d}$$

$$\text{For } C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} = 0.250 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$A = \frac{Cd}{\kappa \epsilon_0} = \frac{C \Delta V_{\max}}{\kappa \epsilon_0 E_{\max}} = \frac{(0.250 \times 10^{-6})(4000)}{3.00(8.85 \times 10^{-12})(2.00 \times 10^8)} = \boxed{0.188 \text{ m}^2}$$

Ejemplo 06

- Los capacitores $C_1 = 6 \mu\text{F}$ y $C_2 = 2 \mu\text{F}$ son cargados en paralelo mediante una batería de 250 V. Los capacitores se desconectan de la batería y entre sí. A continuación se conectan la placa positiva con la placa negativa de ambos y la placa negativa del otro a la placa positiva del otro. Determine la carga resultante en el capacitor

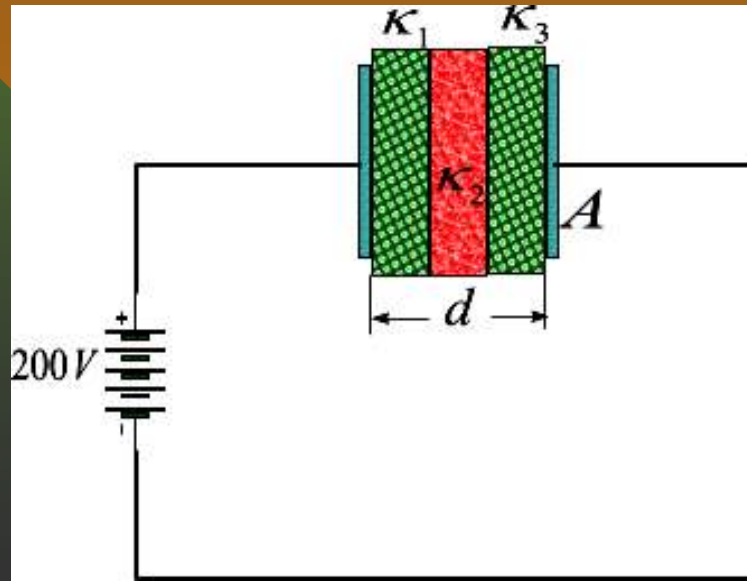
EJEMPLO 07

- Dos capacitores idénticos, de placas planas y paralelas y capacidad $C = 4 \mu\text{F}$ cada uno se conectan en serie a través de una batería de 24 V . (a) ¿Cuál es la carga de cada uno de los capacitores?. (b) ¿Cuál es la energía total almacenada por los capacitores?.

Un dieléctrico de constante $\kappa_e = 4,2$ se inserta entre las placas de uno de los capacitores mientras la batería todavía está conectada. Una vez insertado el dieléctrico (c) ¿Cuál es la carga sobre cada capacitor?. (d) ¿Cuál es la diferencia de potencial a través de cada capacitor?. (e) ¿Cuál es la energía total almacenada en los capacitores.

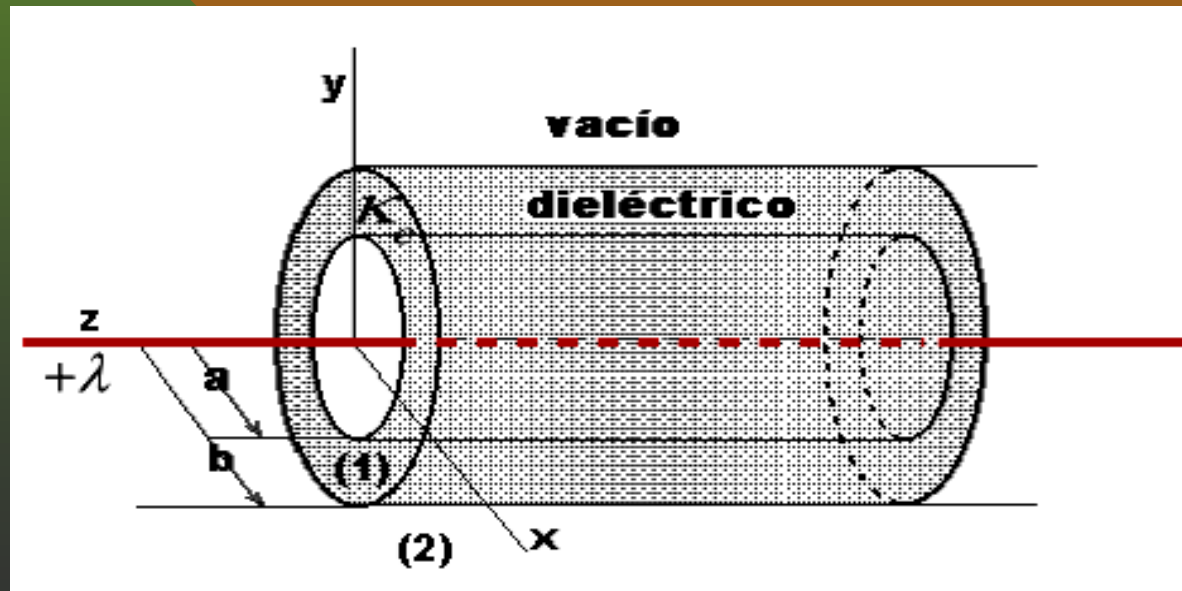
EJEMPLO 08

- Un capacitor de laminas plano paralelas cuya superficie es $A = 100 \text{ cm}^2$ y cuya separación entre placas es $d = 6 \text{ mm}$ se carga hasta un potencial $V_0 = 200 \text{ V}$. Sin desconectarlo de la batería se introducen en él tres láminas planas de dieléctrico de igual espesor que ocupan todo el volumen entre las armaduras. Si la constante dieléctrica de la lámina central es $\kappa_2 = 5$ y las de las laterales es $\kappa_1 = \kappa_3 = 2,5$. Determinar: (a) la capacidad C_0 del condensador sin dieléctrico, así como la carga Q_0 y la densidad de carga superficial. (b) la capacidad C_d del capacitor cuando lleva las láminas de dieléctrico indicadas en su interior. (c) la densidad de carga en las placas una vez están dentro los dieléctricos. (d) El campo eléctrico en cada lámina de dieléctrico y (e) la caída de potencial en cada lámina



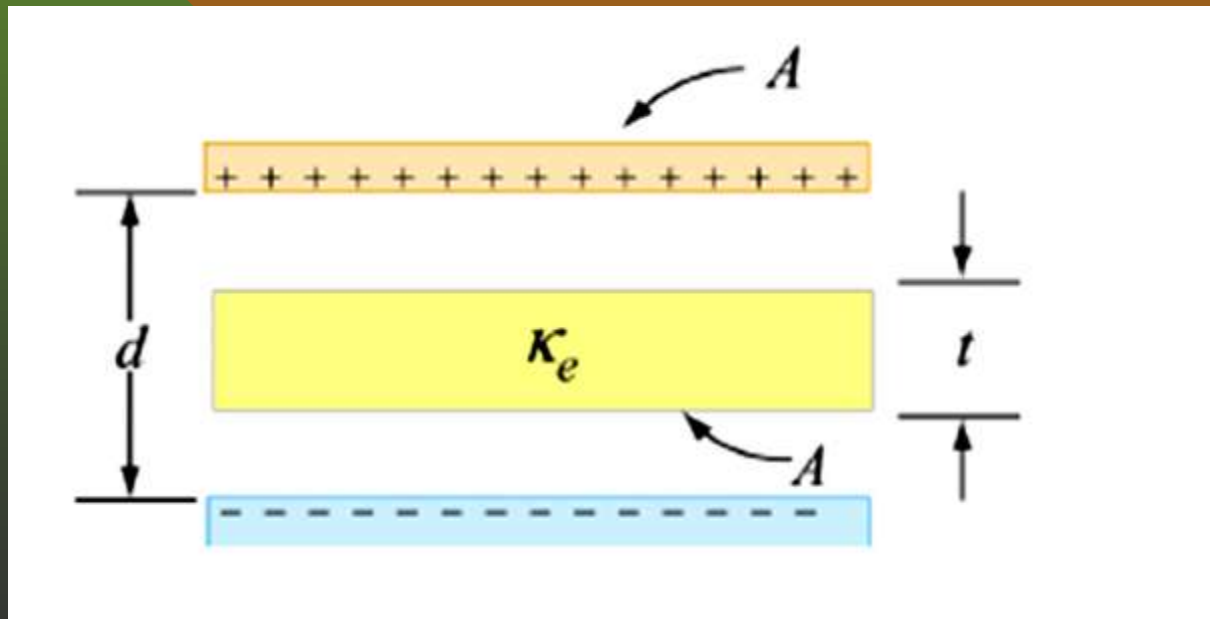
EJEMPLO 09

- Una cáscara dieléctrica cilíndrica tiene radio interno a y radio externo b como se muestra en la figura. El material tiene una constante dieléctrica $\kappa_e = 10$. En el centro de la corteza hay alambre muy delgado de radio r_0 colineal al eje de la corteza cilíndrica con una carga libre por unidad de longitud $\lambda = 200 \text{ nC/m}$. (a) Encuentre los vectores desplazamiento eléctrico D , campo eléctrico E y polarización P para $r < a$, $a < r < b$ y $r > b$. (b) la diferencia de potencial entre la superficie del alambre y la superficie exterior de la corteza dieléctrica. (c) la carga inducida por unidad de longitud en la superficie interna de la corteza así como en la superficie externa.



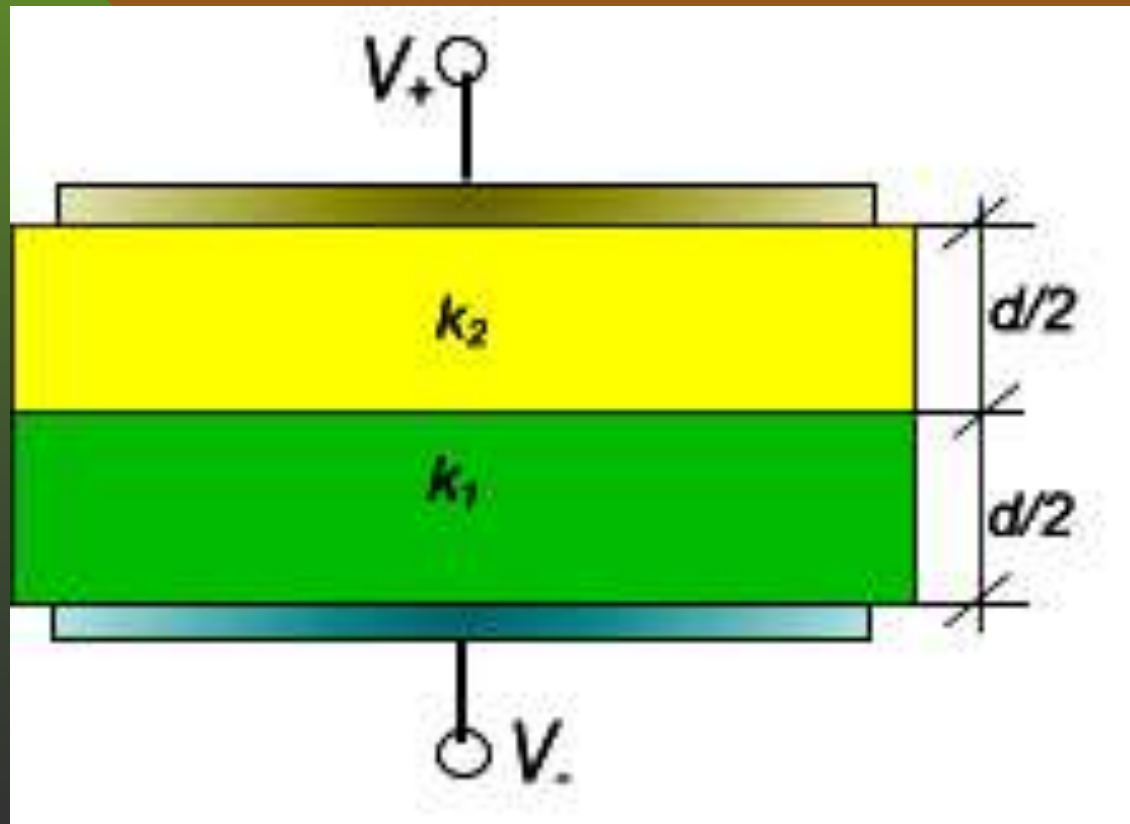
Ejemplo10

- Una lamina no conductora de espesor t , área A y constante dieléctrica κ_e es insertada entre el espacio de las placas de un capacitor plano con espaciamento d , carga $+Q$ y área A , como se muestra en la figura. La lámina no necesariamente está en el medio entre las placas del capacitor. Determine la capacitancia del sistema.



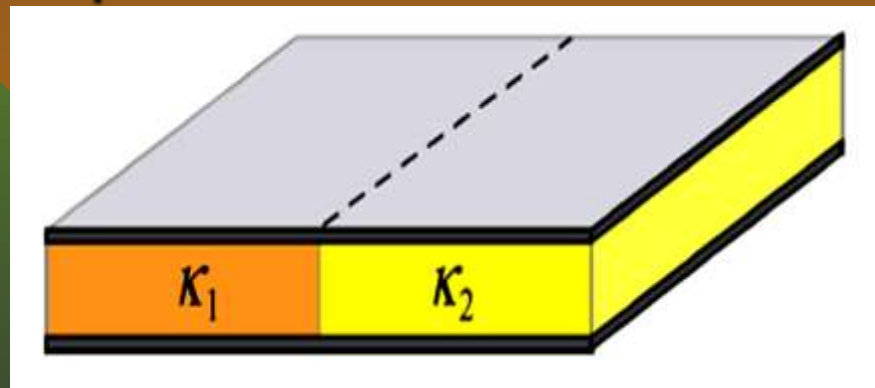
Ejemplo 11

- En un condensador de placas paralelas se insertan dos dieléctricos cuyas constantes dieléctricas son κ_1 y κ_2 como se muestra en la figura. Determine la capacidad del capacitor.



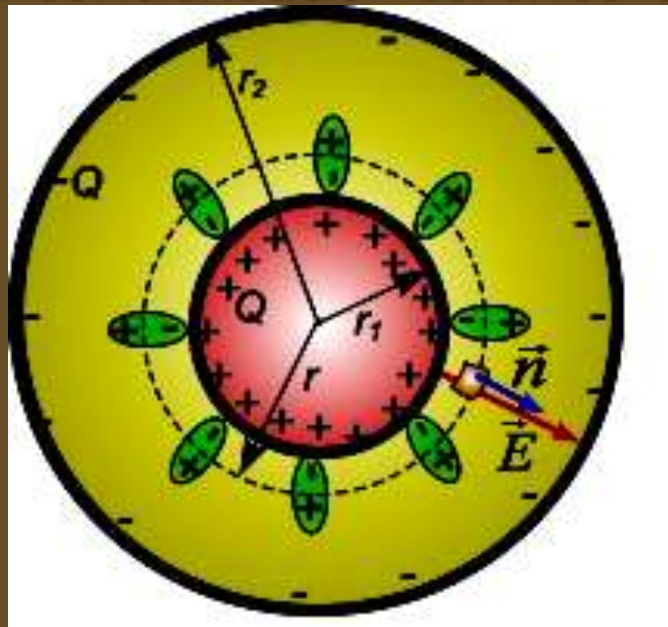
Ejemplo 12

- En capacitor de armaduras planas paralelas d área A y separadas una distancia d se colocan dos dieléctricos de constantes dieléctricas k_1 y k_2 como se muestra en la figura. Determine la capacidad del capacitor.



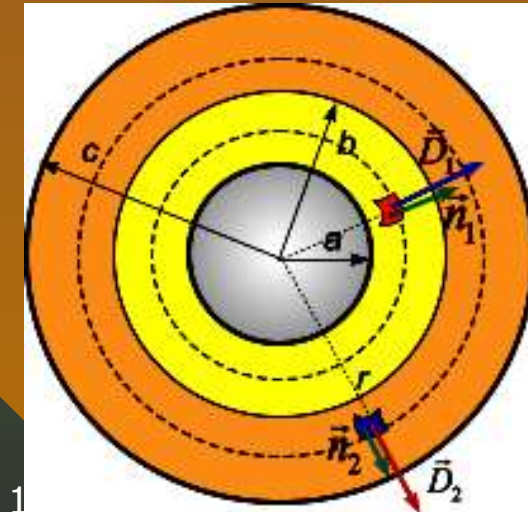
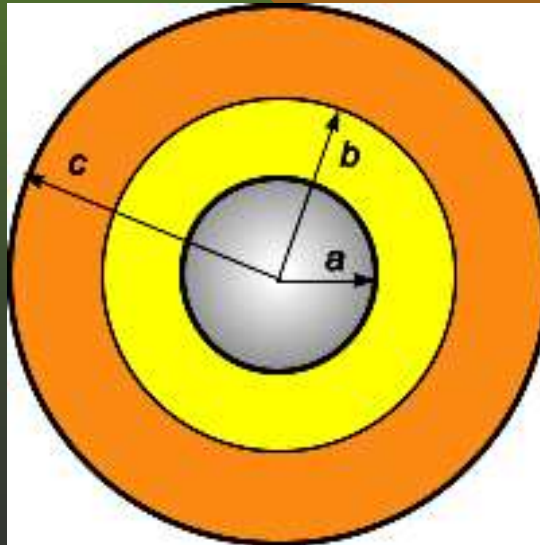
Ejemplo 13

- El espacio entre dos esferas metálicas concéntricas muy finas está lleno de un dieléctrico cuya constante es κ_e . Los radios de las esferas son iguales a r_1 y r_2 . La cargas de los conductores interior y exterior son iguales a $+Q$ y $-Q$, respectivamente. Determine: (a) la diferencia de potencial, (b) la densidad de cargas de polarización y (c) la capacidad del condensador esférico con dieléctrico.



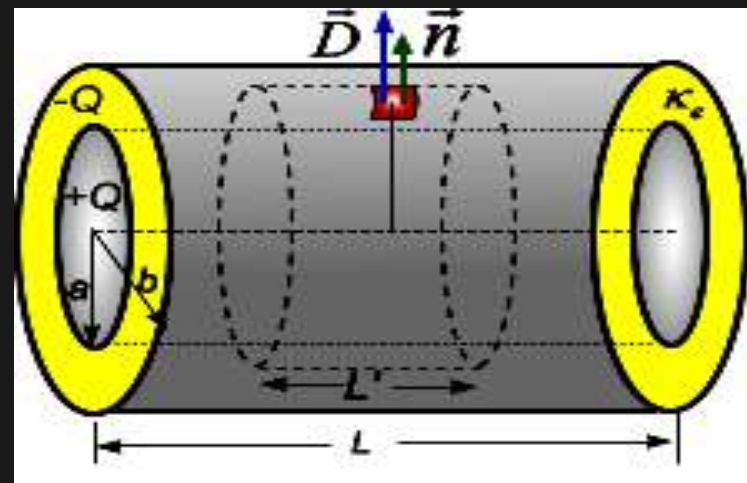
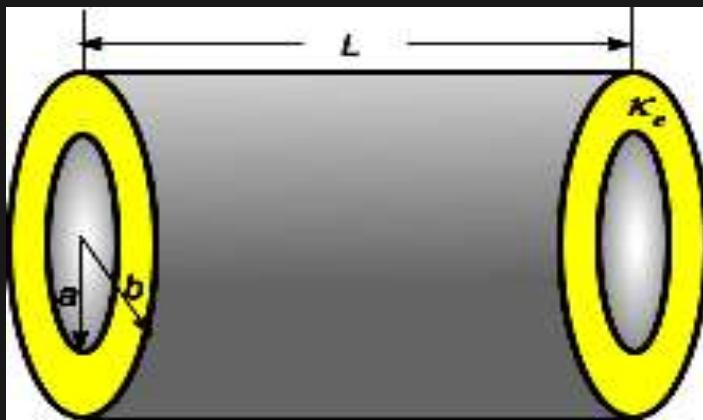
Ejemplo 14

- Considere un condensador esférico formado por dos conductores de radios a y c . Entre las dos superficies conductoras se llena dos materiales dieléctricos tal que el dieléctrico de constante κ_1 está entre a y b , y el dieléctrico de constante κ_2 entre b y c como se muestra en la figura. Determine: (a) El desplazamiento eléctrico en cada uno de los dieléctricos, (b) el campo eléctrico en cada uno de los materiales dieléctricos y (c) la capacitancia de este sistema.



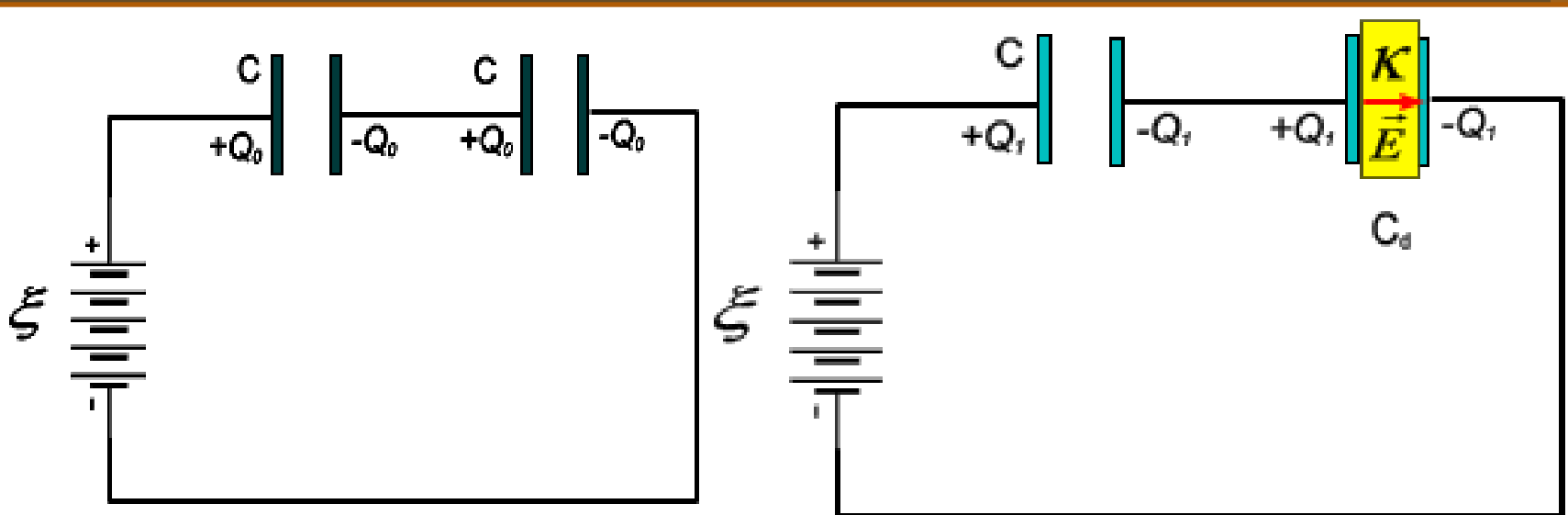
Ejemplo 14

- Un capacitor cilíndrico de longitud L está compuesto por una cáscara de radio a con una carga $+Q$ y de otra cáscara de radio b con una carga $-Q$, separadas por un dieléctrico de constante κ_e tal como se muestra en la figura. Determine: (a) El desplazamiento eléctrico, (b) el campo eléctrico en el dieléctrico, (c) la diferencia de potencial entre las placas del capacitor y (d) la capacitancia del capacitor.



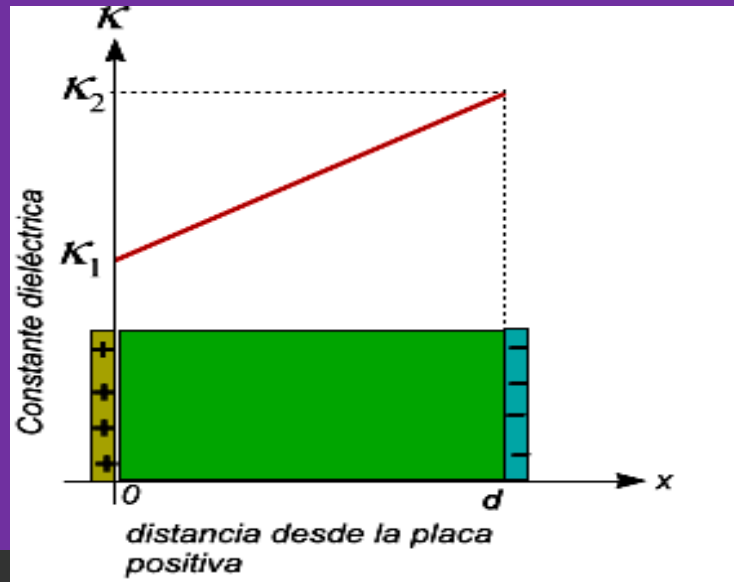
Ejemplo 23

- A una fuente de f.e.m. ξ se le conectaron dos capacitores de placas planas paralelas de aire, cada uno de los cuales tiene una capacidad C . Luego uno de éstos se lleno completamente con un dieléctrico homogéneo, cuya constante dieléctrica es κ . ¿Cuántas veces disminuyó la intensidad de campo eléctrico en éste condensador?. ¿Qué carga circula a través de la fuente?



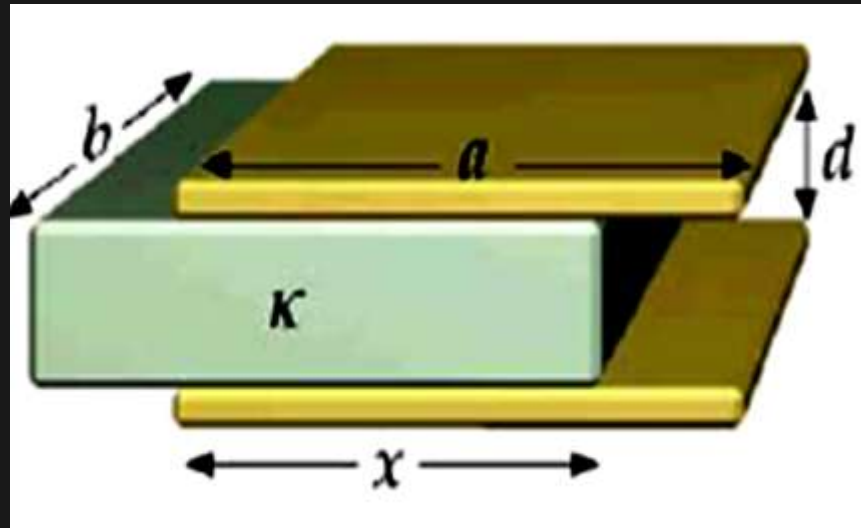
Ejemplo 24

- El espacio entre las placas de un capacitor plano se llena con un dieléctrico isótropo, cuya constante dieléctrica κ varía en dirección perpendicular a las placas según una ley lineal desde κ_1 hasta κ_2 , siendo $\kappa_1 > \kappa_2$. El área de las placas es A , mientras que la distancia de separación entre las placas es d . Determine: (a) La capacitancia del capacitor y (b) La densidad volumétrica de las cargas ligadas en función de κ , si la carga en el capacitor es Q y el campo eléctrico en él se orienta e el sentido de acrecentamiento de κ .



Ejemplo 25

- Un condensador de placas paralelas rectangulares de longitud a y ancho b con cargas $+Q$ y $-Q$, posee un dieléctrico de igual anchura insertado parcialmente una distancia x entre las placas como se indica en la figura. (a) Determine la capacidad en función de x , despreciando los efectos de borde. (b) Comprobar que la respuesta ofrece los resultados esperados para $x = 0$ y $x = a$. (c) Determine la energía almacenada en función de x . (d) determine la fuerza que actúa sobre el bloque de dieléctrico.

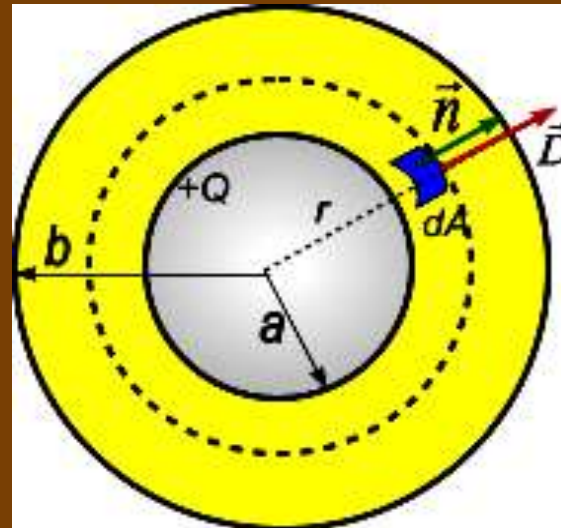


Ejemplo 26

- Calcular la capacidad de un capacitor esférico el cual posee sus armaduras de radios a y $b > a$, que se llena con un dieléctrico isótropo, cuya constante dieléctrica varía según la ley $\kappa = \beta/r$, donde β es una constante y r es la distancia medida desde el centro.

solución

En la figura se muestra el capacitor y la superficie gaussiana usada para hallar E



solución

- Aplicando la ley de Gauss

$$\oiint_S \vec{D} \cdot \vec{n} dA = q_{\text{libre}} \Rightarrow D(4\pi r^2) = Q$$

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \vec{e}_r$$

- El campo eléctrico será

$$\vec{D} = \kappa \epsilon_0 \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\kappa \epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \kappa r^2} \vec{e}_r$$

- La diferencia de potencial

$$\int_{V_a}^{V_b} dV = - \int_a^b E dr = - \int_a^b \frac{Q dr}{4\pi \epsilon_0 \kappa r^2}$$

- Remplazando el valor $\kappa = \beta/r$,

$$\Delta V = V_a - V_b = \int_a^b \frac{Q dr}{4\pi \epsilon_0 (\beta/r) r^2} = \int_a^b \frac{Q dr}{4\pi \epsilon_0 \beta r}$$

- Integrando

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \beta} \ln(b/a)$$

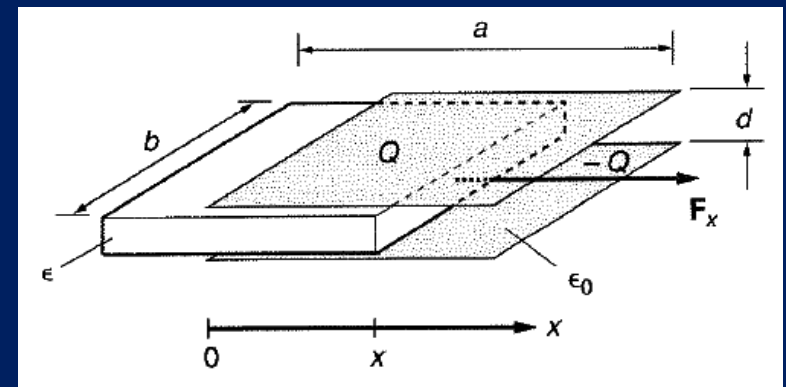
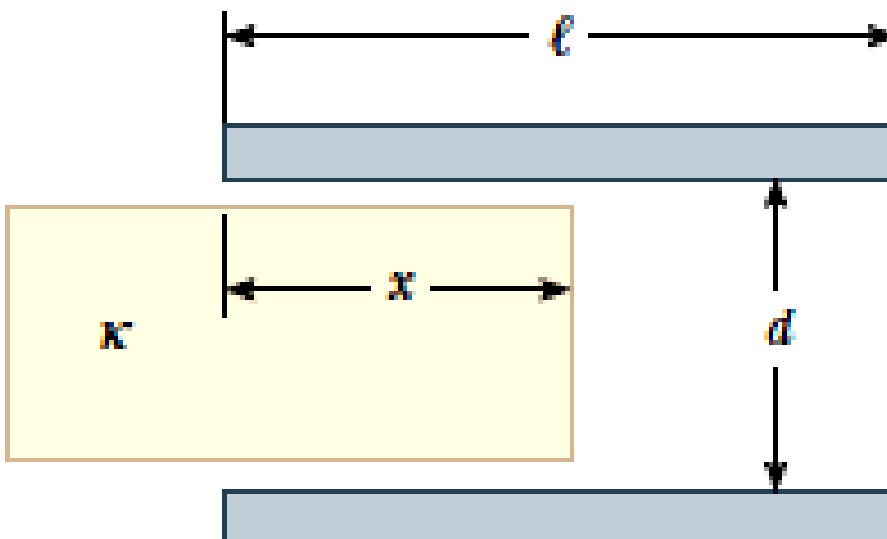
- La capacitancia del capacitor será

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 \beta} \ln(b/a)}$$

$$C = \frac{4\pi \epsilon_0 \beta}{\ln(b/a)}$$

Ejemplo 27

- Partiendo de dos placas cuadradas de lado l y con una separación d se fabrica un capacitor. En dicho capacitor se inserta en su interior un dieléctrico de constante K , a cierta distancia como se muestra en la figura. Suponga que d es mucho menor que x . Determine: (a) la capacidad equivalente del dispositivo, (b) la energía almacenada en el capacitor cuando las placas se conectan a una ddp ΔV ; (c) la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica ejercida sobre el dieléctrico



Solución

Parte (a) la capacidad del capacitor será

$$C = \frac{\epsilon_0}{d} [(\ell - x)\ell + \kappa \ell x] = \boxed{\frac{\epsilon_0}{d} [\ell^2 + \ell x(\kappa - 1)]}$$

Parte (b) la energía almacenada por el capacitor será

$$U = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 = \boxed{\frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 (\Delta V)^2}{d} \right) [\ell^2 + \ell x(\kappa - 1)]}$$

Parte (c) La fuerza será

$$F = - \left(\frac{dU}{dx} \right) \hat{\mathbf{i}} = \boxed{\frac{\epsilon_0 (\Delta V)^2}{2d} \ell (\kappa - 1) \text{ to the left}}$$

Parte (d). Remplazando valores se obtiene

$$F = \frac{(2000)^2 (8.85 \times 10^{-12}) (0.0500) (4.50 - 1)}{2(2.00 \times 10^{-3})} = \boxed{1.55 \times 10^{-3} \text{ N}}$$

Ejemplo

- Considere dos alambres paralelos y de cargas opuestas de radios d y una separación D entre sus centros. Suponiendo que la carga está distribuido uniformemente en la superficie de cada uno de los alambres, demuestre que la capacidad por unidad de longitud de este par de conductores es

$$\frac{C}{\ell} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln[(D - d)/d]}$$

Solución

The electric field due to the charge on the positive wire is perpendicular to the wire, radial, and of magnitude

$$E_+ = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}.$$

The potential difference between wires due to the presence of this charge is

$$\Delta V_1 = - \int_{\text{-wire}}^{\text{+wire}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = - \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \int_{D-d}^d \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln\left(\frac{D-d}{d}\right).$$

The presence of the linear charge density $-\lambda$ on the negative wire makes an identical contribution to the potential difference between the wires. Therefore, the total potential difference is

$$\Delta V = 2(\Delta V_1) = \frac{\lambda}{\pi \epsilon_0} \ln\left(\frac{D-d}{d}\right)$$

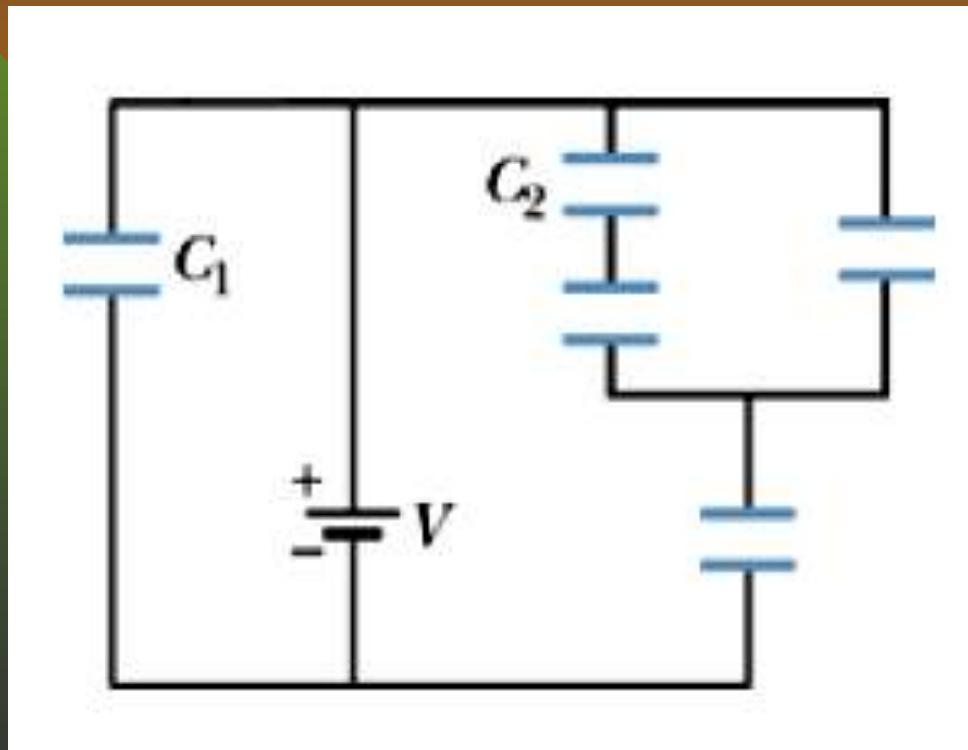
and the capacitance of this system of two wires, each of length ℓ , is

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\lambda \ell}{\Delta V} = \frac{\lambda \ell}{(\lambda/\pi \epsilon_0) \ln[(D-d)/d]} = \frac{\pi \epsilon_0 \ell}{\ln[(D-d)/d]}.$$

The capacitance per unit length is: $\boxed{\frac{C}{\ell} = \frac{\pi \epsilon_0}{\ln[(D-d)/d]}}.$

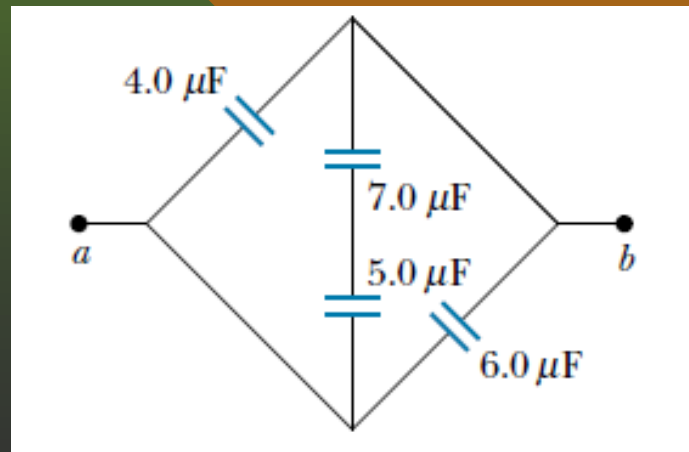
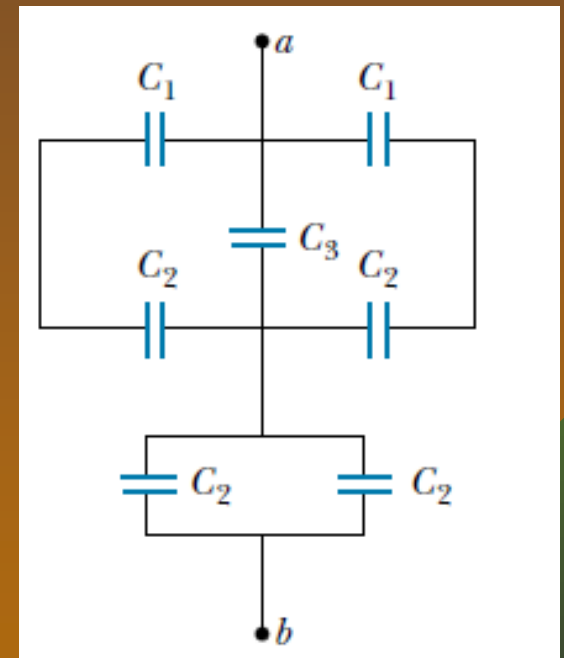
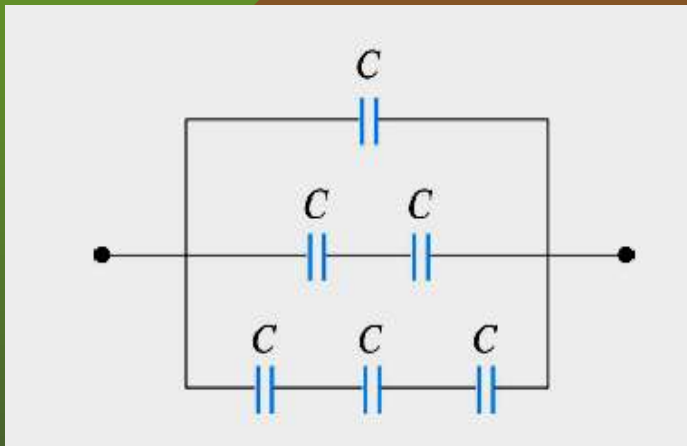
problema 01

- En la figura, la batería tiene una diferencia de potencial de $\Delta V = 10 \text{ V}$ y cada uno de los cinco capacitores tiene una capacitancia de $10 \mu\text{F}$. Cual es carga y la diferencia de potencial en cada capacitor C_1 y C_2



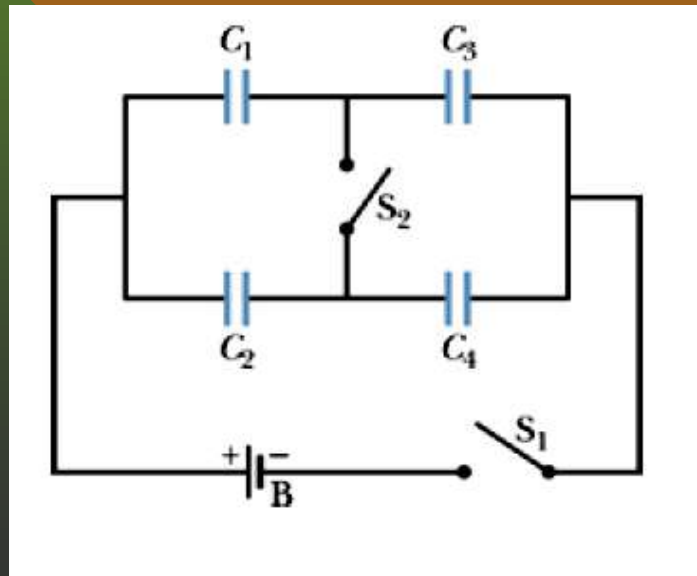
Problema 02

- Considere las configuraciones mostradas en las figuras. Encuentre la capacidad equivalente, asumiendo que todos los capacitores tienen la misma capacidad C



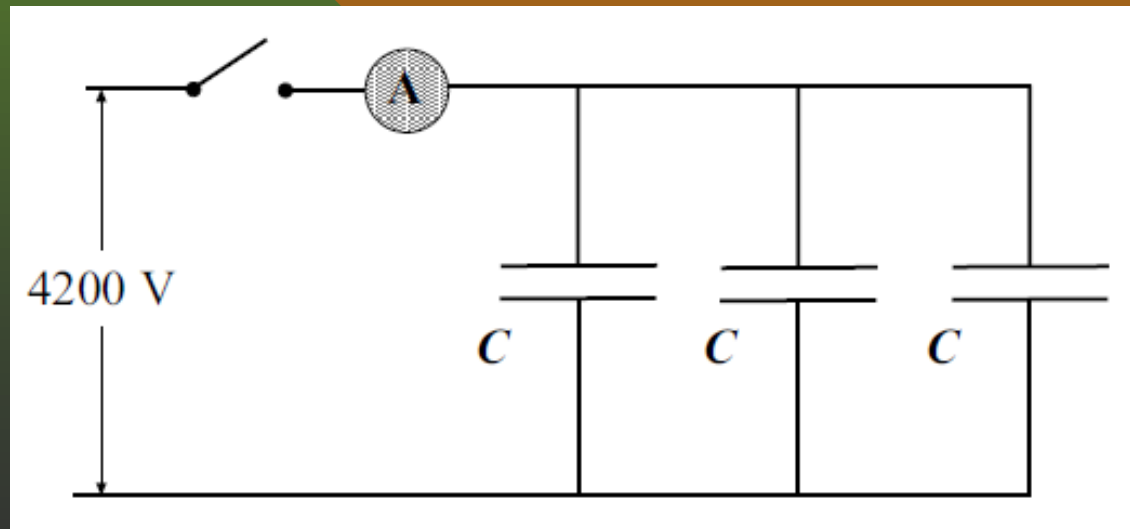
Ejemplo 03

- La figura muestra una batería de 12 V y cuatro condensadores descargados cuyas capacitancias son $C_1 = 1,00\mu\text{F}$, $C_2 = 2,00\mu\text{F}$; $C_3 = 3,00\mu\text{F}$ y $C_4 = 2,00\mu\text{F}$. (a) si solamente el interruptor 1 es cerrado cuáles son las cargas sobre cada uno de los capacitores. (b) si ambos interruptores se cierran cual son las cargas en cada uno de los capacitores?.



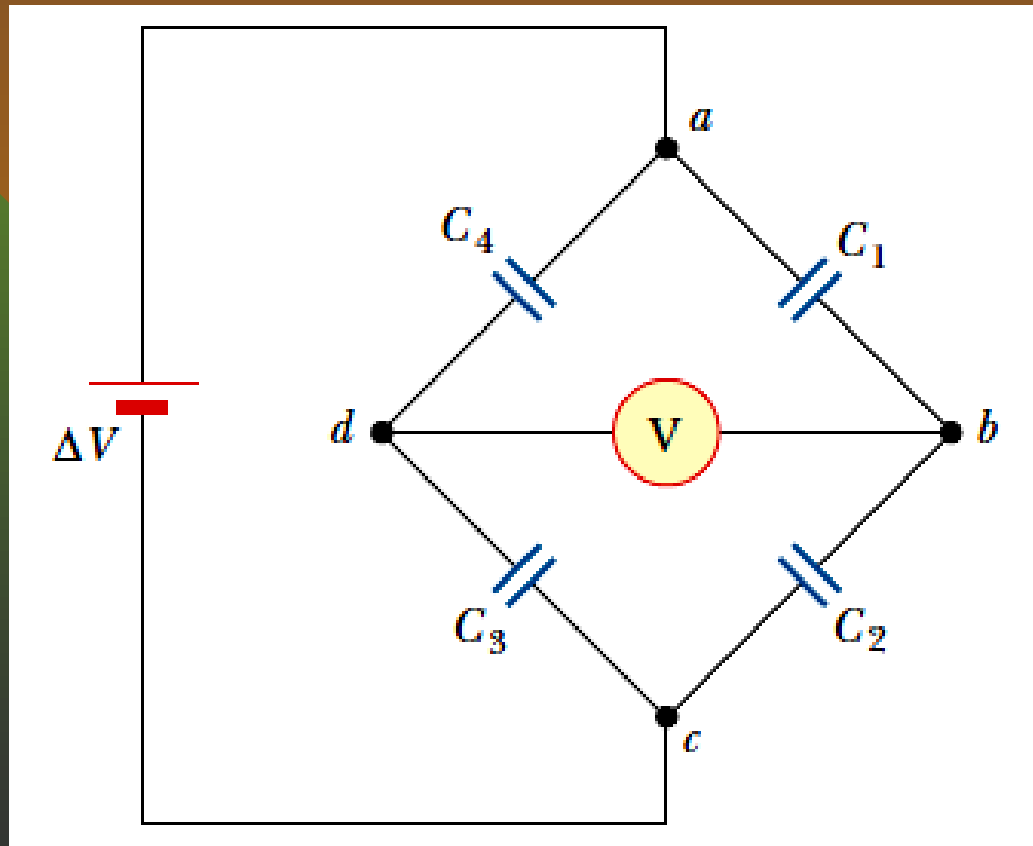
Ejemplo 04

- Cada uno de los capacitores mostrados en la figura tienen una capacitancia de $25\ \mu\text{F}$. Una diferencia de potencial de $4200\ \text{V}$ es establecida cuando el interruptor es cerrado. Determine la cantidad de carga pasa a través del medidor A



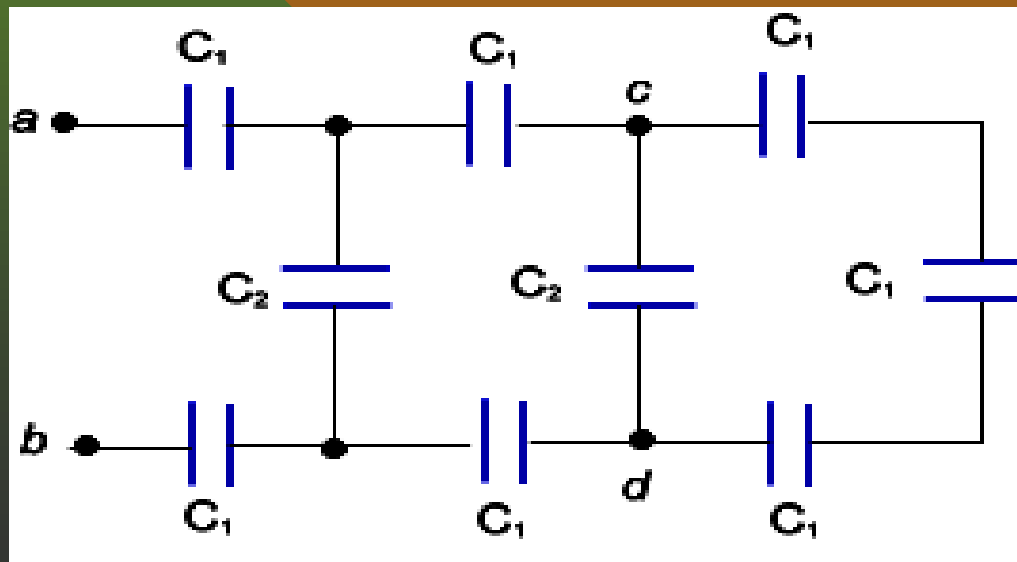
Ejemplo 05

- En la disposición mostrada en la figura, una diferencia de potencial ΔV es aplicada, y C_1 es ajustado hasta que el voltímetro marca cero. Este balance ocurre cuando $C_1 = 4 \mu\text{F}$, Si $C_3 = 9 \mu\text{F}$ y $C_4 = 12 \mu\text{F}$. Determine C_2



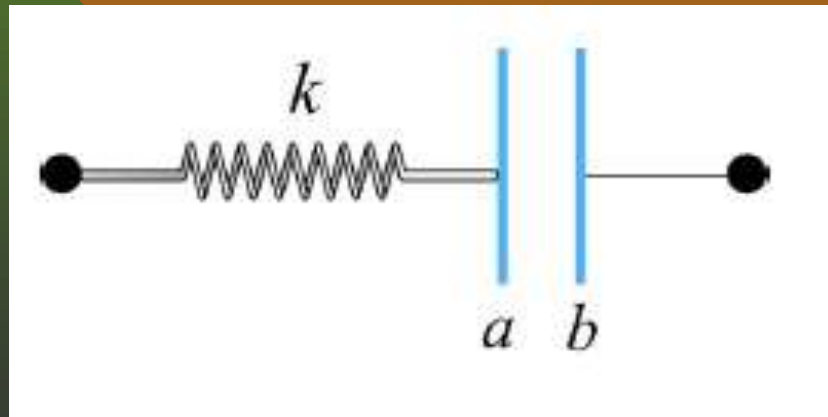
Ejemplo 06

- En la figura, cada capacitancia C_1 es de $9,3 \mu\text{F}$ y cada capacitancia C_2 es de $6,2 \mu\text{F}$. (a) Calcular la capacidad equivalente de la red entre los puntos a y b . (b) Calcule la carga en cada uno de los capacitores más cercanos a los puntos a y b cuando $V_{ab} = 840 \text{ V}$. Con 840 V a través de a y b determine V_{cd} .



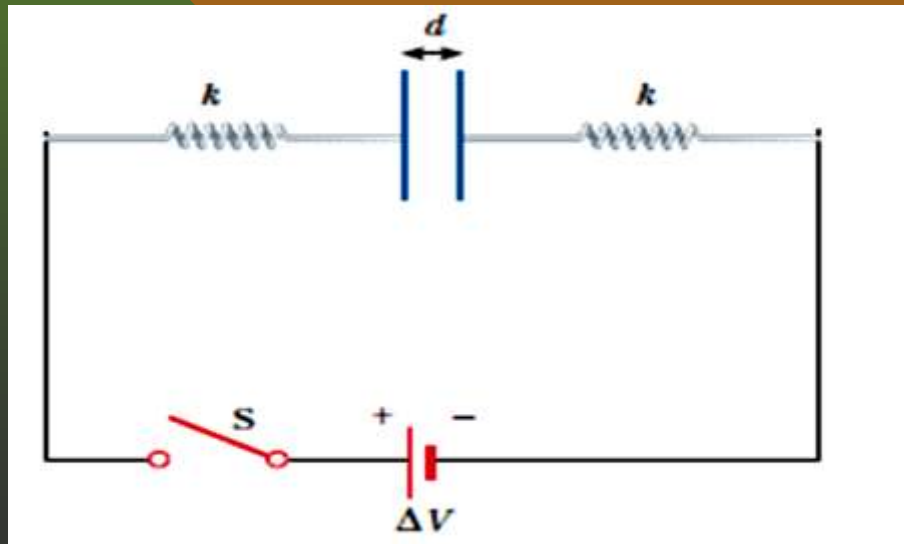
Ejemplo 07

- Considere un capacitor de placas paralelas llenadas con aire con una placa conectada a un resorte de constante elástica k , y la otra placa se mantiene fija. El sistema se mantiene fijo sobre una mesa como se ve en la figura. Si sobre las placas a y b existe una carga $+Q$ y $-Q$. Determine la deformación del resorte.



Ejemplo 08

- El circuito mostrado en la figura está formado por dos placas metálicas paralelas idénticas conectadas mediante resortes metálicos idénticos a una batería de 100 V . Cuando el interruptor está abierto, las placas no tienen carga y se encuentran separadas una distancia $d = 8\text{ mm}$, con una capacitancia $C = 2\text{ }\mu\text{F}$. Si se cierra el interruptor S , la distancia entre las placas disminuye en un factor de $0,5$. (a) ¿Cuánta carga se acumula en cada una de las placas? (b) ¿Cuál es la constante de resorte en cada uno de ellos?



Solución

With switch closed, distance $d' = 0.500d$ and capacitance $C' = \frac{\epsilon_0 A}{d'} = \frac{2 \epsilon_0 A}{d} = 2C$.

(a) $Q = C'(\Delta V) = 2C(\Delta V) = 2(2.00 \times 10^{-6} \text{ F})(100 \text{ V}) = \boxed{400 \mu\text{C}}$

(b) The force stretching out one spring is

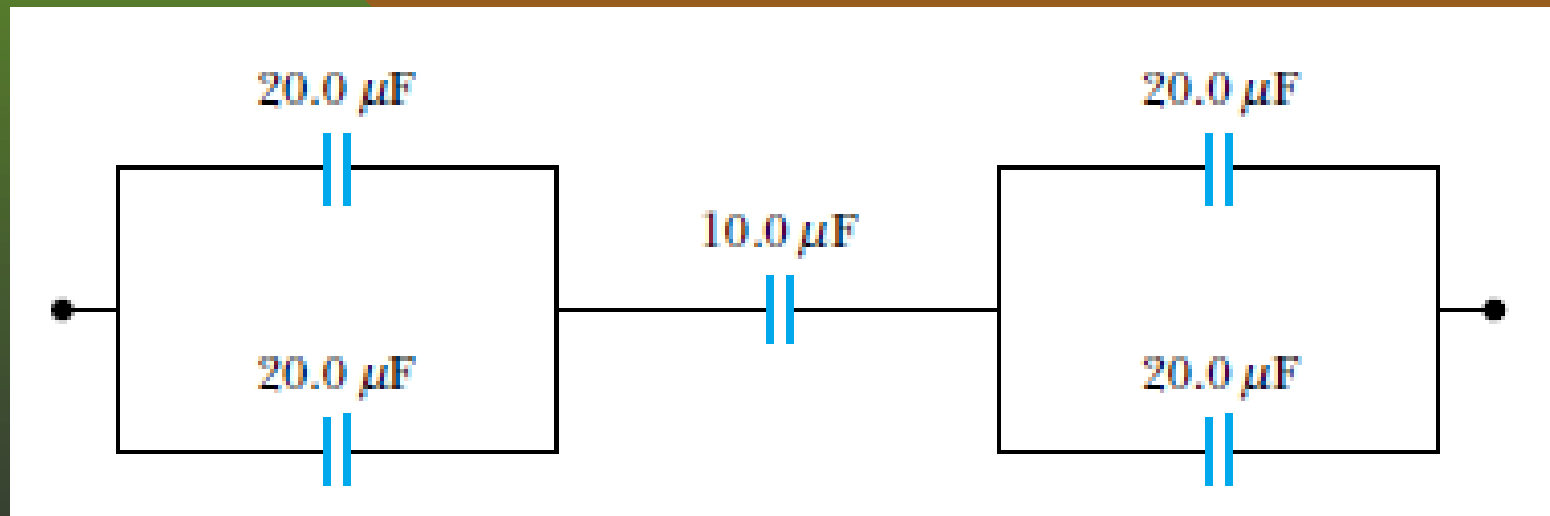
$$F = \frac{Q^2}{2 \epsilon_0 A} = \frac{4C^2(\Delta V)^2}{2 \epsilon_0 A} = \frac{2C^2(\Delta V)^2}{(\epsilon_0 A/d)d} = \frac{2C(\Delta V)^2}{d}.$$

One spring stretches by distance $x = \frac{d}{4}$, so

$$k = \frac{F}{x} = \frac{2C(\Delta V)^2}{d} \left(\frac{4}{d} \right) = \frac{8C(\Delta V)^2}{d^2} = \frac{8(2.00 \times 10^{-6} \text{ F})(100 \text{ V})^2}{(8.00 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = \boxed{2.50 \text{ kN/m}}.$$

Ejemplo 13

- Cada capacitor de la combinación que se muestra en la figura tiene un voltaje de ruptura de 15 V. ¿Cuál es el voltaje de la combinación?



Solución

The given combination of capacitors is equivalent to the circuit diagram shown to the right.

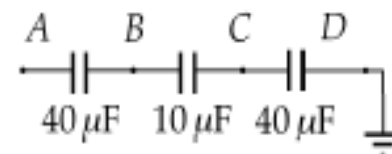


FIG. P26.49

Put charge Q on point A. Then,

$$Q = (40.0\ \mu\text{F})\Delta V_{AB} = (10.0\ \mu\text{F})\Delta V_{BC} = (40.0\ \mu\text{F})\Delta V_{CD}.$$

So, $\Delta V_{BC} = 4\Delta V_{AB} = 4\Delta V_{CD}$, and the center capacitor will break down first, at $\Delta V_{BC} = 15.0\ \text{V}$. When this occurs,

$$\Delta V_{AB} = \Delta V_{CD} = \frac{1}{4}(\Delta V_{BC}) = 3.75\ \text{V}$$

$$\text{and } V_{AD} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} = 3.75\ \text{V} + 15.0\ \text{V} + 3.75\ \text{V} = \boxed{22.5\ \text{V}}.$$

