

UNIVERSIDAD NACIONAL "SANTIAGO ANTÚNEZ DE MAYOLO" FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL





ENERGIA Y POTENCIAL ELECTRICO

AUTOR: Mag. Optaciano L. Vásquez García

HUARAZ - PERÚ

2010

Graw I. Objetivos: Después de completar este módulo deberá:

- Comprender y aplicar los conceptos de energía potencial eléctrica, potencial eléctrico y diferencia de potencial eléctrico.
- Calcular el trabajo requerido para mover una carga conocida de un punto a otro en un campo eléctrico creado por cargas puntuales.
- Escribir y aplicar relaciones entre campo eléctrico, diferencia de potencial y separación de placas para placas paralelas de carga igual y opuesta.



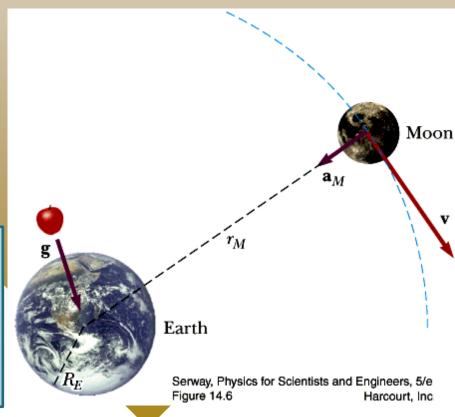
II. SISTEMAS GRAVITACIONALES Y ELÉCTRICOS: Similitudes y diferencias

- Las interacciones gravitacional y eléctrica se deben a diferentes propiedades inherentes a la materia.
- Ambas interacciones dependen de la inversa al cuadrado de la distancia

$$F_{g} = -G \frac{Mm}{r^{2}} F_{r}^{2}$$

El campo gravitacional es

$$\frac{\mathbf{r}}{g} = \frac{F_g}{m} = -G \frac{M}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{e_r}$$



1.1 TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA GRAVITACIONAL

El trabajo realizado por la fuerza gravitacional es.

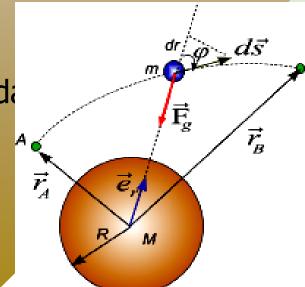
$$W_{A\to B} = \int_{r_A}^{r_B} \overset{\mathbf{r}}{F}_g . d\overset{\mathbf{r}}{S} = \int_{r_A}^{r_B} \left(-G \frac{Mm}{r^2} \overset{\mathbf{r}}{e}_r \right) . \left(d\overset{\mathbf{r}}{r} + rd \varphi \overset{\mathbf{r}}{e}_{\varphi} \right)$$

$$W_{A\to B} = -GMm \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = GMm \left(\frac{1}{r}\right) \bigg|_{r_A}^{r_B}$$

$$W_{A\to B} = GMm \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

El trabajo a lo largo de la trayectoria cerrada

$$W_{\rm e} = \int_{C}^{1} F_{\rm g} . ds = 0$$

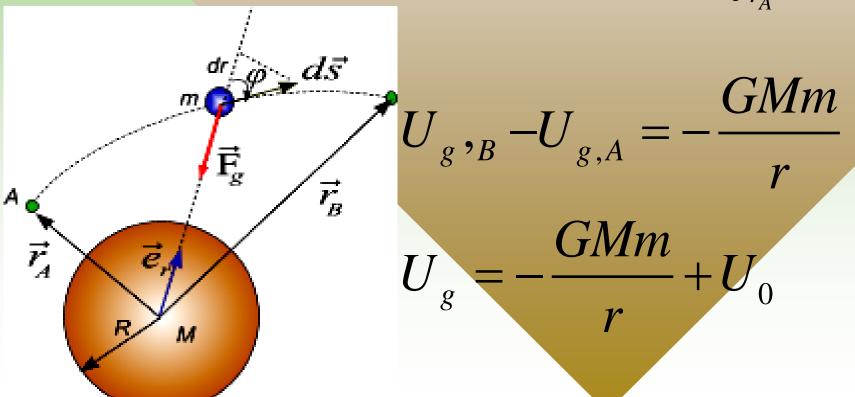




1.1 TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA GRAVITACIONAL

Debido a que el trabajo es independiente de la trayectoria la fuerza es conservativa. Entonces se tiene r_R r

$$\Delta U = U_B - U_A = -W_{A \to B} = -\int_{r_A}^{r_B} F . ds$$

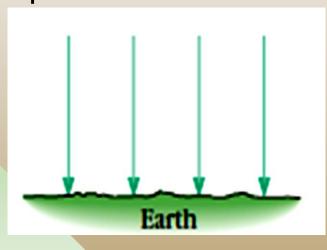


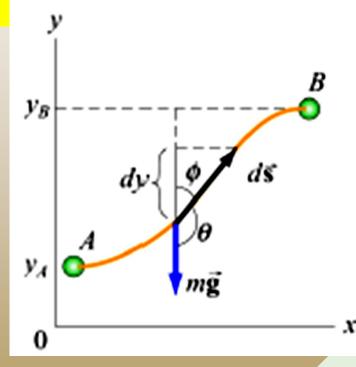
Mc Gr

1.2 TRABAJO Y ENERGÍA PARA ALTURAS PEQUEÑAS

Cerca de la superficie terrestre

$$F_g = mg$$





El trabajo hecho por el peso es

$$W_{A\to B} = \int_{y_A}^{y_B} F_{g} . ds = \int_{y_A}^{y_B} mg . ds = \int_{y_A}^{y_B} (-mgj) . (dxi + dyj)$$

$$W_{A\to B} = \int_{y_A}^{y_B} (-mgdy) = -mg(y_B - y_A) = -mgh$$

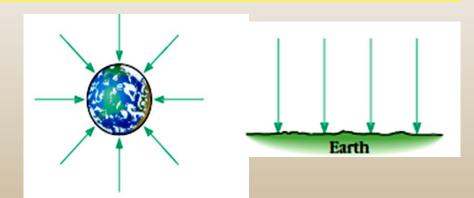
1.2 TRABAJO Y ENERGÍA PARA ALTURAS PEQUEÑAS

 La variación de energía potencial es

$$\Delta U_g = -W_{A \to B}$$

$$\Delta U_g = mg\left(y_B - y_A\right)$$

$$\Delta U_g = +mgh$$



El potencial gravitacional se define como

$$y_B$$
 dy
 dy
 $d\vec{s}$
 y_A
 $d\vec{g}$
 $d\vec{s}$
 $d\vec{s}$

$$\Delta V_g = \frac{\Delta O_g}{m}$$

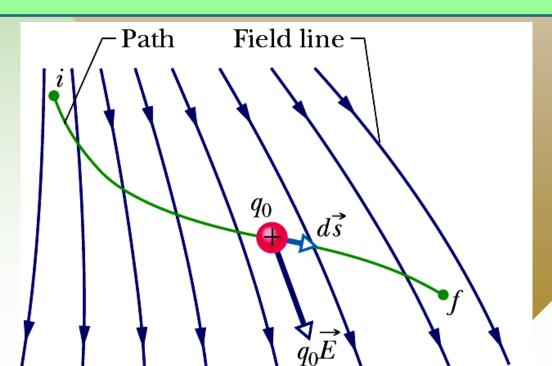
$$\Delta V_g = -\int_A^B \left(\frac{F_g}{F_g}\right) . ds = -\int_A^B g . ds$$



II. ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

 El trabajo realizado por la fuerza eléctrica F = qE cuando la carga qo se mueve desde i hasta f es

$$W_{A\to B} = \int_A^B F_e . ds = \int_A^B q_0 E . ds$$

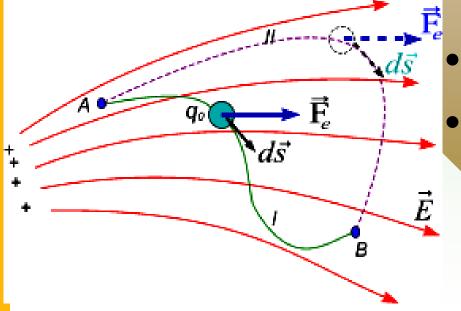


Mr Gr

II. ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

Este trabajo es el mismo cuando la carga de prueba es llevado por la trayectoria I y II. Por tanto existe una variación de energía potencial dada por

$$\Delta U = -W_{A \to B} = -q_0 \int_A^B \stackrel{\mathbf{r}}{E} \cdot ds$$



- La integral es de línea
 - Para determinar la función potencial U(r), se escoge un punto en el cual U es nula, en general el punto es el infinito

III. DIFERENCIA DE POTENCIAL Y POTENCIAL ABSOLUTO.

En la presencia de un campo eléctrico
 E y siguiendo lo descrito en el campo
 gravitacional, definimos la diferencia
 de potencial eléctrico entre dos
 puntos A y B como

$$\Delta V_e = \frac{\Delta U_e}{q_0} = -\int_A^B \left(\frac{F_e}{F_e}\right) . ds = -\int_A^B F_e . ds$$

 Esta ecuación indica que la ddp expresa el trabajo (energía) por unidad de carga. Es decir la ddp está relacionada con la energía por

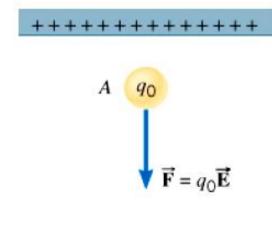
$$\Delta U = q_0 \Delta V$$

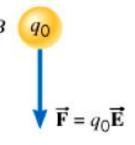
☐ La Unidad de la ddp es

$$1$$
voltio = 1 joule / $segundo(1V = 1J / s)$

• El potencial será

$$V(r) = -\int_{ref}^{B} \frac{r}{E} ds$$





Mc Gr

IV DIFERENCIA DE POTENCIAL EN CAMPOS ELECTRICOS UNIFORMES.

- Considere el movimiento de una carga dentro de un campo uniforme
- El trabajo hecho por la fuerza

es
$$W_{A\to B} = \int_A^B F_e . ds = \int_A^B (q_0 E_i^r) . (dx_i^r)$$

$$W_{A\to B} = \int_A^B q_0 E dx = q_0 E \left(x_B - x_A \right)$$

$$W_{A\to B} = q_0 Ed$$

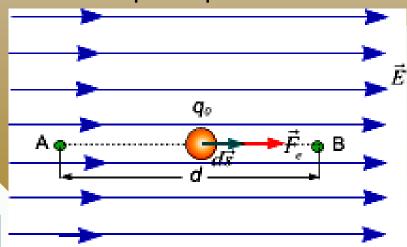
 La variación de energía potencial es

 $\Delta U = -W_{A \rightarrow B} = -q_0 E d$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = -\frac{q_0 E d}{q_0} = -E d$$

$$V_B - V_A = -E d$$

☐ El sigo menos indica que el potencial del punto B es menor que el potencial de A

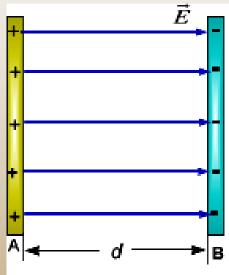


Ejemplo 01.

Encuentre el voltaje requerido en un set de placas paralelas separadas 10,00 cm y que llevan cargas iquales y opuestas; para crear un campo eléctrico de 1000N/C en la región comprendida entre ellas.

Solución

➤ En la figura se muestra las placas



La diferencia de potencial es

$$\Delta V = -\int_0^d \stackrel{\mathbf{r}}{E} . d\stackrel{\mathbf{r}}{s} = -\int_0^d \left(E^{\stackrel{\mathbf{r}}{i}} \right) . \left(dx^{\stackrel{\mathbf{r}}{i}} \right)$$

$$\Delta V = -E \int_0^d dx = -Ed$$

$$\Delta V = -(1000N/C)(0,10m)$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -100Volt$$

Ejemplo 02.

Un protón (carga +e = 1,602.10ex(-19) C, se desplaza en línea recta del punto a al punto b dentro de un acelerador lineal, una distancia total d = 0,5 m. El campo eléctrico es uniforme a lo largo de esta línea y su magnitud es E = 15 MN/C en dirección de a hacia b. Halle la fuerza sobre el protón, (b) el trabajo que el campo realiza sobre él y (c) La diferencia de potencial entre los puntos a y b



Ejemplo 03

Un electrón que se mueve paralelamente al eje x tiene una velocidad inicial de 3,7.10⁶ m/s en el origen. Su velocidad se reduce a 1,4.10⁵ m/s en el punto x = 2,00 cm. Determine la diferencia de potencial entre el origen y ese punto. ¿Cuál de los puntos está a mayor potencial?.

Solución

Solución

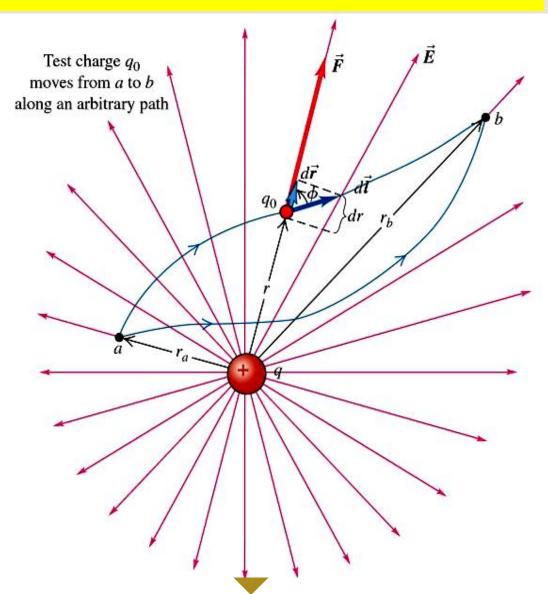
 Debido a que el electrón se mueve en un campo eléctrico uniforme, la energía se conserva por tanto

$$\begin{split} T_i + U_i &= T_i + U_i \\ \frac{1}{2} m_e v_i^2 + q_e V_i &= \frac{1}{2} m_e v_f^2 + q_e V_f \\ \frac{1}{2} m_e \left(v_i^2 - v_f^2 \right) &= q_e \left(V_f - V_i \right) \\ \frac{1}{2} \left(9, 1.10^{31} kg \right) \left[\left(3, 7.10^6 \, m/s \right)^2 - \left(1, 4.10^5 \, m/s \right)^2 \right] &= \left(-1, 6.10^{-19} \, C \right) \left(V_2 - V_0 \right) \\ \left(V_2 - V_0 \right) &= -38,9 \, volt \end{split}$$

• De esta ecuación se concluye que el punto x = 0 está a mayor potencial, esto es $V_0 = V_2 + 38,9volt$

V. POTENCIAL ELÉCTRICO DE UNA CARGA PUNTUAL.

Para determinar el potencial de una carga puntual consideremos una carga fija q y movamos la carga testigo qo desde el punto a hasta el punto b por trayectoria que se muestra



V. POTENCIAL ELÉCTRICO DE UNA CARGA PUNTUAL.

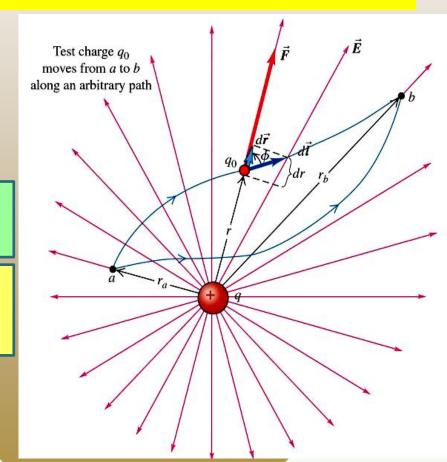
 La diferencia de potencial entre los puntos a y b cuando la carga se mueve en el interior del campo eléctrico es

$$\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \stackrel{\mathbf{r}}{E} . d\stackrel{\mathbf{r}}{S} = \int_A^B \left(-k \frac{q}{r^2} \stackrel{\mathbf{r}}{e}_r \right) . \left(d\stackrel{\mathbf{r}}{r} + r d \phi \stackrel{\mathbf{r}}{e}_{\phi} \right)$$

$$V_{b} - V_{a} = -kQ \int_{r_{a}}^{r_{b}} \frac{dr}{r^{2}} = kq \left(\frac{1}{r}\right) \Big|_{r_{A}}^{r_{B}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_{0}} \left(\frac{1}{r_{B}} - \frac{1}{r_{A}}\right)$$

 Considerando que el potencial es nulo a distancias muy grandes (infinito), el potencial en un punto particular es

$$V_P = -\int_{-\infty}^{P} E.ds$$



Por tanto se tiene $V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

V. POTENCIAL ELÉCTRICO DE UNA CARGA PUNTUAL.

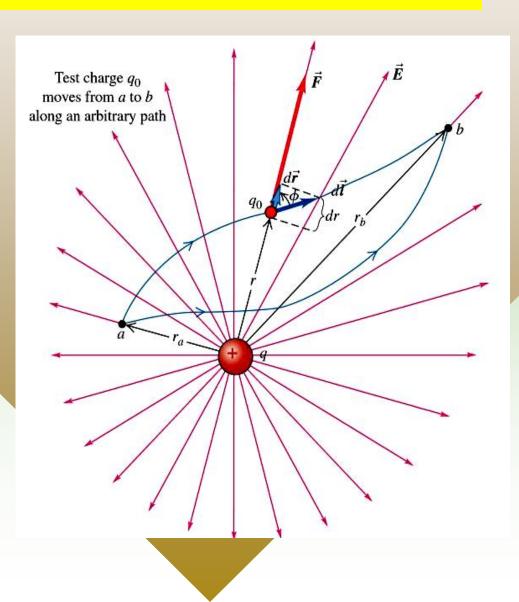
 Es decir el potencial a una distancia r será

$$V_P = -\int_{\infty}^{P} \stackrel{\mathbf{r}}{E} . ds$$

$$V_{P} = -\int_{\infty}^{P} \frac{kq}{r^{2}} \hat{e}_{r}.dr\hat{e}_{r}$$

$$V_P = -kq \int_{\infty}^{P} \frac{dr}{r^2}$$

$$V_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r}$$



VI. POTENCIAL ELÉCTRICO DE UN SISTEMA DE CARGAS PUNTUALES.

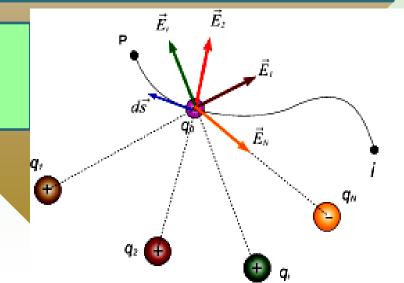
- Considere el sistema de cargas mostradas.
- El potencial en P es

$$V(x,y,z)-0=-\int_{i}^{P} \stackrel{\mathbf{r}}{E}.ds$$

$$V(x, y, z) = -\left[\int_{i}^{P} E_{1} ds + \int_{i}^{P} E_{2} ds + \dots + \int_{i}^{P} E_{i} ds + \dots + \int_{i}^{P} E_{i} ds + \dots + \int_{i}^{P} E_{N} ds \right]$$

$$V(x, y, z) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2} + \dots + \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i} + \dots + \frac{q_N}{4\pi\varepsilon_0 r_N}$$

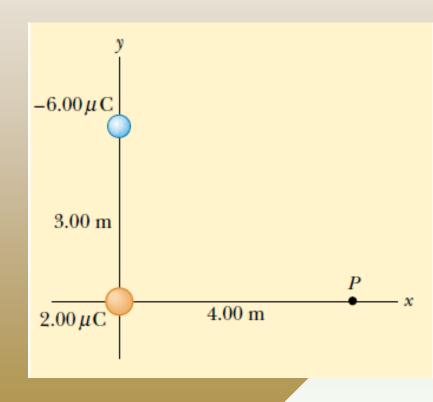
$$V(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{q_i}{r_i}\right)$$





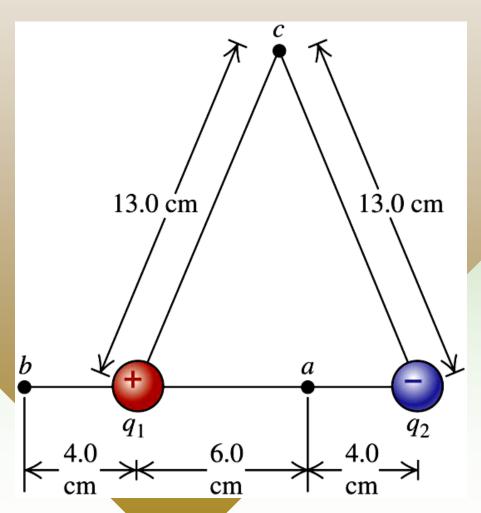
Ejemplo

Una carga $q_1 = 2 \mu C$ se localiza en el origen, y una carga $q_2 = -6 \mu C$ se localiza en (0, 3)m, como se muestra en la figura. (a) Determine el potencial eléctrico total debido a estas cargas en el punto P, cuyas coordenadas son (4, 0)m. b) Determine el cambio en la energía potencial del sistema de cargas, además de una carga $q_3 = 3 \mu C$, conforme la última carga se mueve desde el infinito hacia



Ejemplo

Un dipolo eléctrico cosnta de dos cargas puntuales q1 = +12 nC y q2 = -12 nC.
 Determine los potenciales en los puntos A; B y C



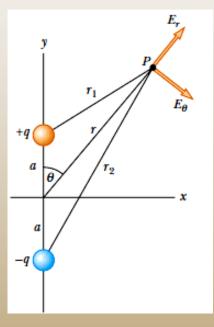
Ejemplo

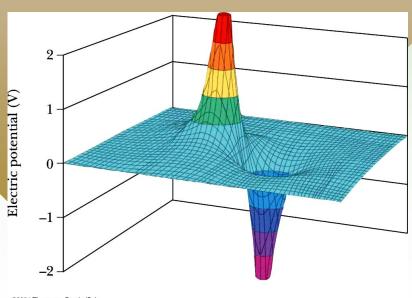
Un dipolo eléctrico está localizado a lo largo del eje de las y, como se muestra. La magnitud del momento eléctrico es p = 2qa.

(a) En el punto P que está lejos del dipolo (r >>a), demuestre que el potencial eléctrico es igual a.

$$V = k_e \frac{p \cos \theta}{r^2}$$

b) Calcule la componente radial Er y la componente perpendicular Eθ del campo eléctrico asociado.





VII. POTENCIAL ELÉCTRICO DE UNA DISTRIBUCIÓN CONTINUA DE CARGA.

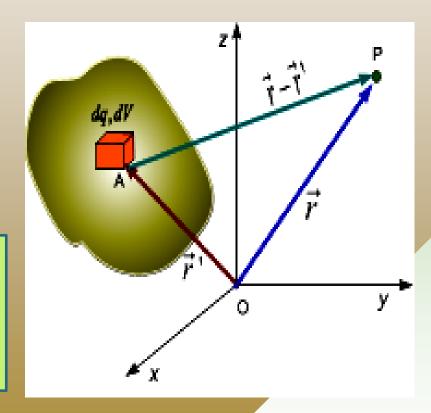
Dividimos a la distribución en elementos de carga dq y volumen dVvol. El potencial del elemento es

$$dV(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{|r - r'|}$$

El potencial total en P es

$$V(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{|r - r'|}$$

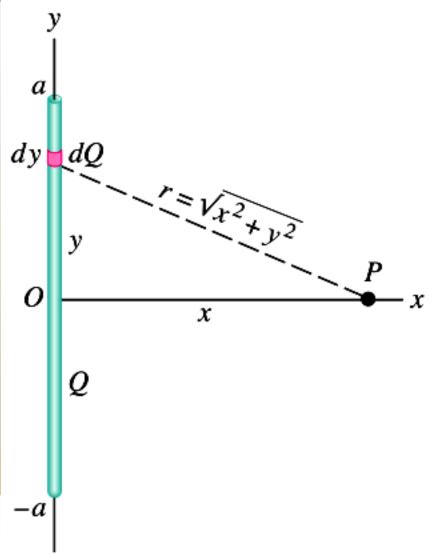
En forma análoga se determina el potencial para distribuciones lineales y superficiales





Ejemplo

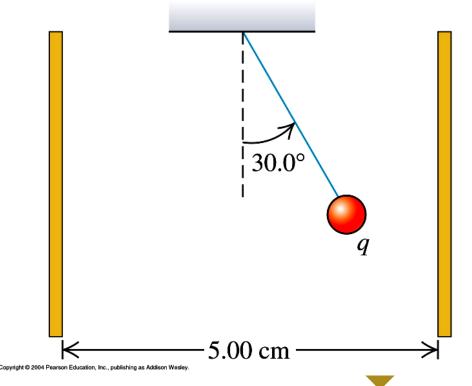
Se tiene una carga eléctrica Q distribuida uniformemente a lo largo de una varilla delgada de longitud L = 2a. Determine el potencial eléctrico en el punto P a lo largo de la bisectriz perpendicular de la varilla a una distancia x de su centros



EJEMPLO

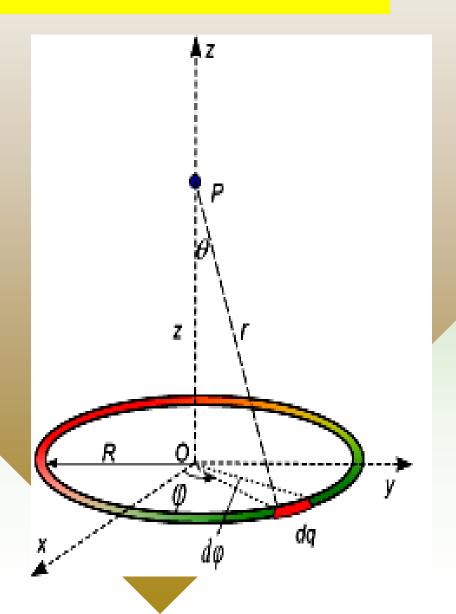
Una esfera pequeña con una masa de 1,5 gr cuelga de un cordón en el interior de dos placas conductoras paralelas verticales separadas por una distancia d=5 cm. Si las placas tienen densidades $+\sigma$ y $-\sigma$ y la carga de la esfera es $q=8,9~\mu$ C. ¿Qué diferencia de potencial entre las placas hará que el cordel adopte un ángulo de 30° con respecto a

la vertical



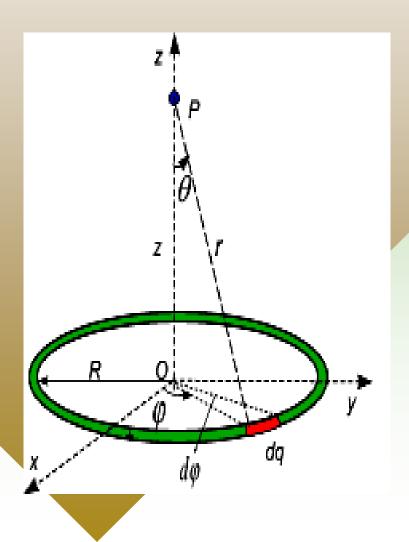
Ejemplo: Potencial eléctrico de un anillo

Considere un anillo uniformemente cargado de radio R y densidad de carga λ. ¿Cuál es le potencial eléctrico en el punto P ubicado a una distancia z desde el centro del anillo.



Ejemplo

Con una barra plástico se ha formado un aro de radio R. Éste tiene una carga +Q distribuida uniformemente a lo largo de un cuarto de circunferencia y una carga negativa -6Q ha sido distribuida a lo largo del resto del anillo. Considerando a V = 0 en el infinito, determine el potencial eléctrico: (a) en el centro del anillo y (b) en un punto O, el cual está sobre el eje del anillo a una distancia z del centro.

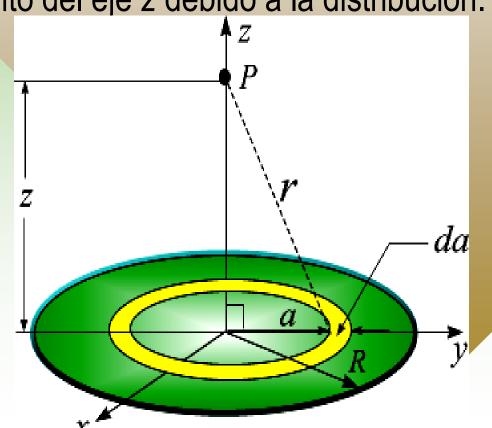




Ejemplo: Potencial electrico de un disco

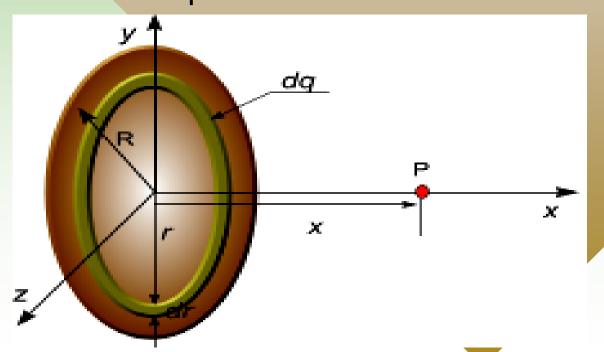
Un disco de radio R cargado uniformemente con una carga por unidad de área σ, se encuentra sobre el plano *xy* con su eje a lo largo del eje *z*. Determine el potencial eléctrico en cualquier punto del eje *z* debido a la distribución.

Solución



Ejemplo

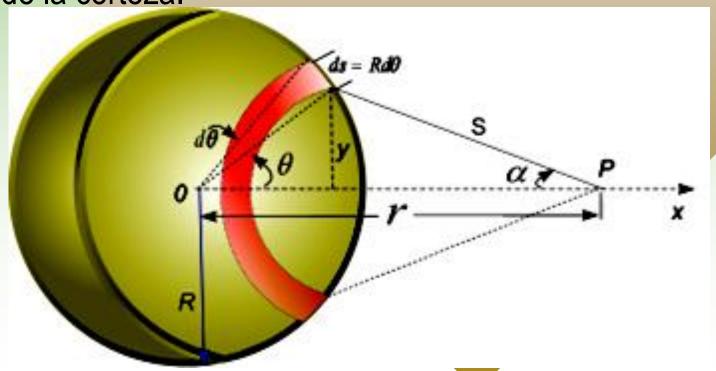
Un disco de radio R tiene una densidad de carga superficial dada por $\sigma = \sigma_0 R/r$. Donde σ_0 es una constante y r es la distancia desde el centro del disco. Encuentre: (a) la carga total sobre el disco. (b) una expresión para el potencial eléctrico a una distancia x desde el centro del disco sobre el eje que pase a través del centro del disco y es perpendicular a su plano.





Ejemplo: Potencial de un cascarón

Una corteza delgada esférica de radio *R* posee una carga total Q con una densidad superficial uniforme de carga σ en la superficie. Mediante integración directa, determine el potencial eléctrico en términos de la distancia *r* desde el centro de la corteza.



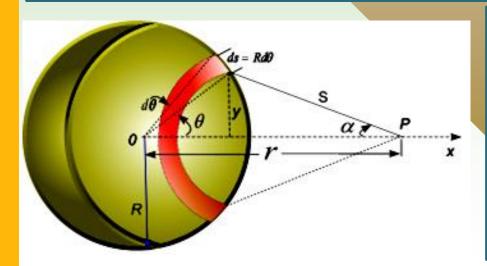
Solución

■El campo del elemento dq es

$$dq = \sigma dA = \sigma(2\pi y)(Rd\theta) = \sigma(2\pi Rsen\theta)(Rd\theta)$$

$$dV = k \frac{dq}{S} = k \frac{2\pi\sigma R^2 sen\theta d\theta}{S}$$

$$dV = k \frac{dq}{S} = k \frac{2\pi\sigma R^2 \left(\frac{SdS}{rR}\right)}{S} = k \frac{2\pi\sigma R}{r} dS$$



$$V = \frac{2\pi k\sigma R}{r} \int_{r-R}^{r+R} dS = \frac{2\pi k\sigma R}{r} [S]_{r-R}^{r+R}$$

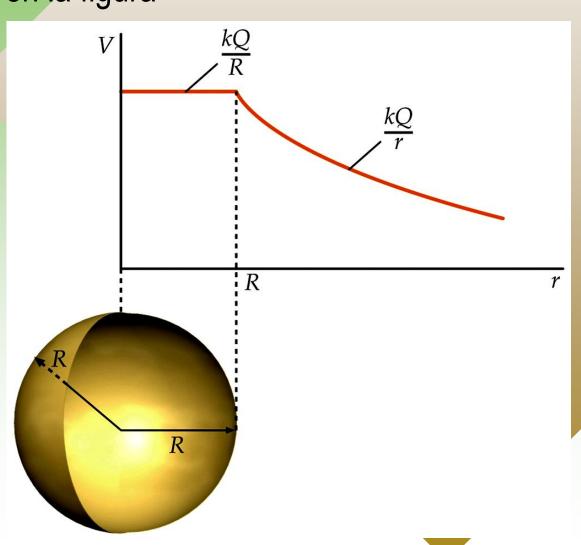
$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\left(4\pi\sigma R^2\right)}{r}$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

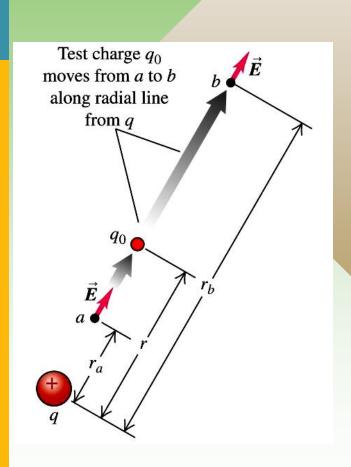
Mc Graw Lill

Solución

Una gráfica para el potencial en función de la distancia r se muestra en la figura



VIII.ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE SISTEMAS DE CARGAS (Trayectoria recta)



$$F_{r} = \frac{qq_{0}}{4\pi\varepsilon_{0}r^{2}}$$

$$W_{a\to b} = \int_{r_{a}}^{r_{b}} F_{r} dr = \int_{r_{a}}^{r_{b}} \frac{qq_{0}}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{dr}{r^{2}} = \frac{qq_{0}}{4\pi\varepsilon_{0}} \int_{r_{a}}^{r_{b}} \frac{dr}{r^{2}}$$

$$W_{a\to b} = -\frac{qq_{0}}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{1}{r} \Big|_{r_{a}}^{r_{b}} = \frac{qq_{0}}{4\pi\varepsilon_{0}} \left(\frac{1}{r_{a}} - \frac{1}{r_{b}}\right)$$

$$W_{a\to b} = -\Delta U = -(U_{b} - U_{a}) = U_{a} - U_{b}$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{0}} \frac{qq_{0}}{r_{0}}$$

VIII.ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA DE SISTEMAS DE CARGAS. (Trayectoria curva)

El trabajo que realiza el campo sobre la carga q0 para moverla de A

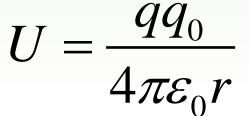
$$W_{A\to B} = \int_{A}^{B} \overset{\mathbf{r}}{F}_{e} . d\overset{\mathbf{r}}{S} = \int_{r_{A}}^{r_{B}} \left(\frac{qq_{0}}{4\pi\varepsilon_{0}r^{2}} \overset{\mathbf{r}}{e}_{r} \right) . \left(d\overset{\mathbf{r}}{r} + rd\overset{\mathbf{r}}{\varphi} \overset{\mathbf{r}}{e}_{\varphi} \right)$$

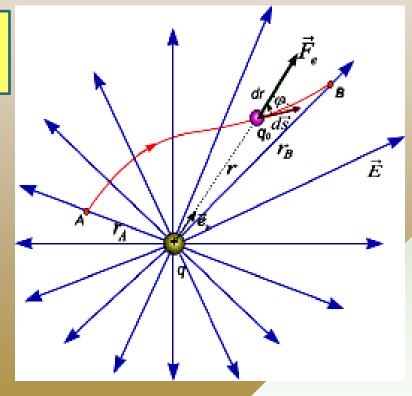
$$W_{A\to B} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

La variación de energía potencial será

$$\Delta U = -W_{A \to B} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

La energía potencial es







8.1. Energía potencial de dos cargas puntuales.

☐ Por lo tanto, el trabajo es

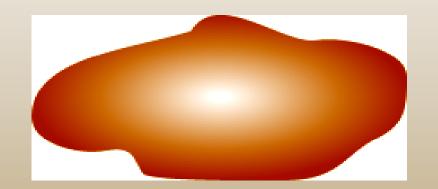
$$W_E = W_1 + W_2 = 0 + q_2 V_{B,1} = q_2 V_{B,1}$$

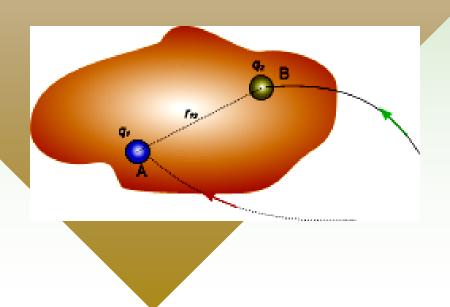
□ Debido a que el potencial de q₁ en el punto B es

$$V_{B,1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

donde r es la distancia medida desde q_1 hasta B, entonces la energía potencial será

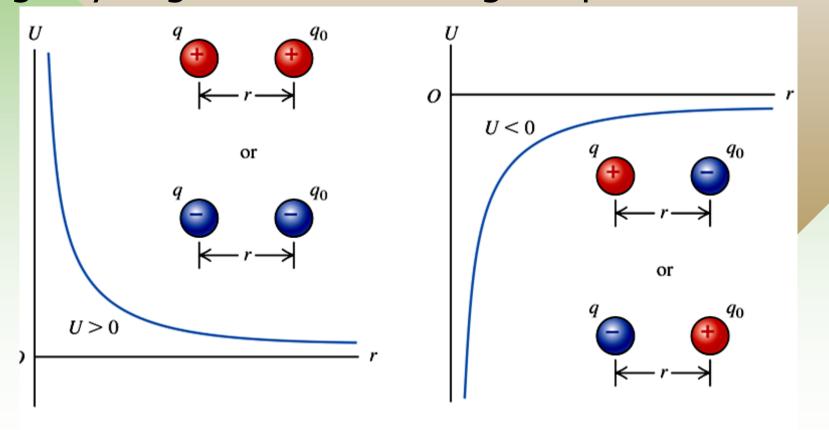
$$U_{12} = W_E = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r}$$





Graw CARGAS

 La energía potencial es positiva si las cargas de las partículas que interactúan son del mismo signo y negativa si son de signo opuesto



(a) q, q_0 have same sign

(b) q, q_0 have opposite signs

Graw 8.2 Energía para tres cargas

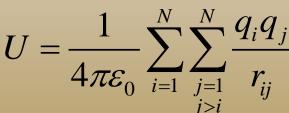
En este caso el trabajo desarrollado por el agente para ensamblar dicha configuración es

$$W_E = W_1 + W_2 + W_3 = 0 + q_2 V_{B,1} + q_3 (V_{C,1} + V_{C,2})$$

La energía potencial para esta

configuración es
$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

$$U = W_E = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}} + q_3 \left(\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{23}} \right)$$
• Finalmente se tiene



Simplificando se tiene

$$U = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{4\pi \varepsilon_0 r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{4\pi \varepsilon_0 r_{23}} = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$U = \frac{1}{8\pi \varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1 \ j \neq i}}^{N} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} q_i \left(\frac{1}{2\pi \varepsilon_0} \sum_{\substack{j=1 \ j \neq i}}^{N} \frac{q_j}{r_{ij}} \right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} q_i V(r_i)$$

$$U = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} q_i \left(\frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} \frac{q_j}{r_{ij}} \right) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} q_i V(r_i)$$

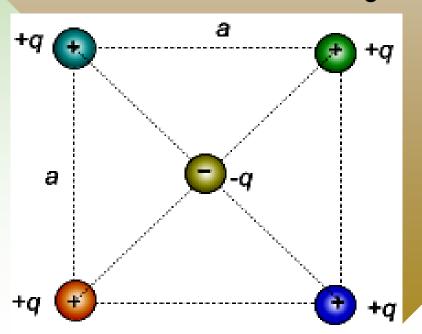


Ejemplo

Consideremos un cuadrado de lado a, con una carga en cada esquina +q y una carga –q en el centro. Determine la energía electrostática total del sistema de cinco cargas

Solución

En la figura se muestra el sistema de cargas



EJEMPLO

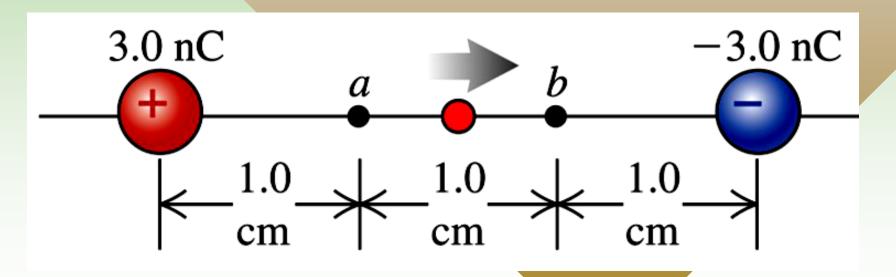
Dos cargas puntuales se encuentran situadas en el eje x como se muestra en la figura, $q_1 = 0$ e, en x = 0 y $q_2 = 0$ en x = 0 Halle el trabajo que debe realizar una fuerza exterior para traer una tercera carga $q_3 = 0$ e desde el infinito hasta $q_3 = 0$ halle la energía potencial total del sistema de 3 cargas

$$q_1 = -e \qquad q_2 = +e \qquad q_3 = +e$$

$$x = 0 \qquad x = a \qquad x = 2a$$

Ejemplo

 En la figura una partícula de polvo de masa m = 5μg y carga qo = 2 nC inicialmente es liberada desde el reposo en a y se traslada en línea recta al punto b ¿Cuál será su rapidez cuando esta pase por el punto b?.

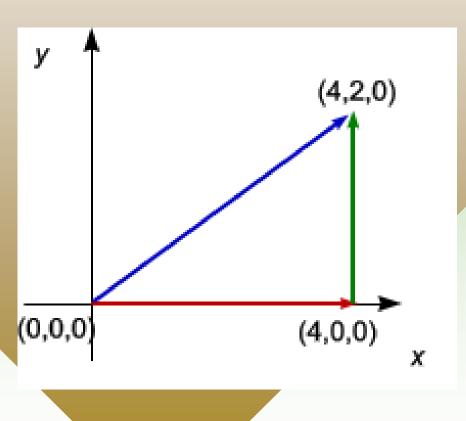


Ejemplo: Trabajo en un campo (a) Halle el trabajo realizado al

mover una carga puntual Q = -20 μC desde el origen hasta (4,0) en el campo

$$\vec{E} = \left(\frac{x}{2} + 2y\right)\vec{i} + 2x\vec{j}(V/m)$$

- (b) Halle el trabajo para mover la carga desde (4,0,0) hasta (4,2,2)
- (c) Halle el trabajo realizado al (0,0,0) mover la carga desde el origen hasta (4,2,0) a lo largo de la línea recta que conecta los puntos



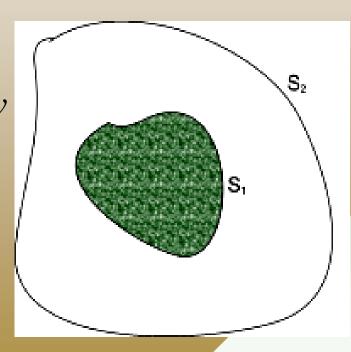
IX. Energía para una distribución de carga

Si ahora tenemos una distribución contínua de carga la energía se determina mediante la ecuación

$$U = \frac{1}{2} \int_{v} V(r) dq = \frac{1}{2} \iiint_{v} \rho(r) V(r) dv$$

Haciendo uso de las definiciones se tiene

$$U = \frac{\varepsilon_0}{2} \iiint_{todoelespacio} |E|^2 dv$$



X. CAMPOS ELECTRICOS A PARTIR DE POTENCIALES.

☐ La ecuación que permite determinar la d.d.p. entre dos puntos conocido del campo eléctrico E es

$$\Delta V_e = \frac{\Delta U_e}{q_0} = -\int_A^B \left(\frac{\dot{F}_e}{q_0}\right) . ds = -\int_A^B \dot{E} . ds$$

☐ Se puede utilizar la ecuación anterior para calcular campos eléctricos a partir de potenciales, para ello consideremos dos punto muy cercanos, entonces la dop es

$$dV = -\dot{E}.ds$$

☐ Debido a que el potencial es una función escalar, entonces depende de (x,y,z) $dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$$

X. CAMPOS ELECTRICOS A PARTIR DE POTENCIALES.

• El campo y el desplazamiento se escriben

$$E = E_x i + E_y j + E_z k$$

$$F = Axi + Ayj + Azk$$

Remplazando estas dos últimas ecuaciones en dV, se tiene

$$\frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz = -E_x dx - E_y dy - E_z dz$$

Las componentes del campo son

$$E_{x} = -\frac{\partial V}{\partial x}$$
 $E_{y} = -\frac{\partial V}{\partial y}$ $E_{z} = -\frac{\partial V}{\partial z}$

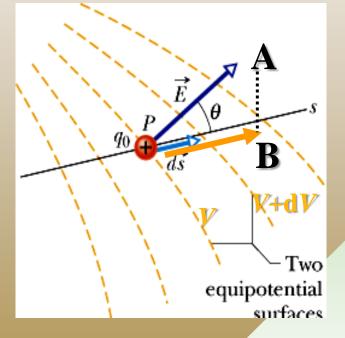
X. CAMPOS ELECTRICOS A PARTIR DE POTENCIALES.

Entonces el campo eléctrico puede expresarse en la forma

$$\stackrel{\mathbf{r}}{E} = -\frac{\partial V}{\partial x} \stackrel{\mathbf{r}}{i} - \frac{\partial V}{\partial y} \stackrel{\mathbf{r}}{j} - \frac{\partial V}{\partial z} \stackrel{\mathbf{r}}{k}$$

$$\frac{\mathbf{r}}{E} = -\left(\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}\right) V$$

$$\frac{\mathbf{r}}{E} = -\nabla V$$



En componentes radial y transversal tenemos

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}; \qquad E_{\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta}$$

Ejemplo: Potencial eléctrico a partir de campos eléctricos.

Un campo eléctrico está dado por la expresión

$$\vec{E} = bx^3\vec{i}$$

Donde b = 2kV/m4. Determine la diferencia de potencial entre el punto en x=1m y el punto en x=2m. ¿Cuál de estos puntos está a un potencial más alto?.

Solución

El potencial V y el campo E están relacionados por la ecuación

$$E_x = bx^3 = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

 Como E solo depende d x, entonces la derivada parcial se transforma en ordinaria. Entonces

$$dV = -bx^{3}dx$$

$$\int_{A}^{B} dV = -b \int_{1m}^{2m} x^{3} dx$$

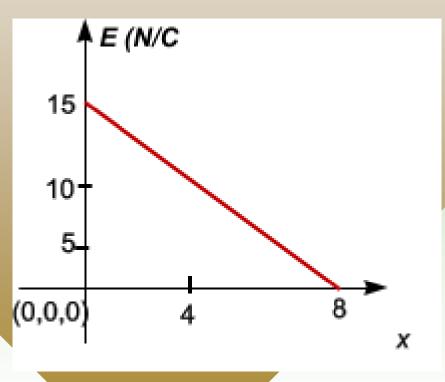
$$V_B - V_A = b \frac{x^4}{4} \Big|_{1m}^{2m} = -\frac{b}{4} (2^4 - 1^4)$$

$$V_B - V_A = -\frac{2.10^3 V / m^4}{4} (15m^4)$$

$$V_{R} - V_{A} = -7500 volt$$

emplo. Potencial electrice a partir de campos eléctricos

En cierta región del espacio la componente E_x del campo eléctrico varía según el gráfico mostrado. Calcular la diferencia de potencial ΔV entre los puntos x = 8 m y x = 2 m





Ejemplo 15

Suponga que el potencial eléctrico debido a una cierta distribución de carga puede escribirse en coordenadas cartesianas como

$$V(x, y, z) = Ax^2y^2 + Bxyz$$

Donde A, B y C son constantes. ¿Cuál es el campo eléctrico asociado con dicho potencial?.

Mc Graw Lill

Ejemplo: Potencial de una esfera_2

El campo eléctrico en el interior de una esfera no conductora de radio con carga distribuida uniformemente a través de su volumen, está radialmente dirigido y tiene una magnitud de E(r) = kQr/R3 . Donde Q (positiva o negativa) es la carga total dentro de la esfera y r es la distancia medida desde el centro de la esfera. (a) Considerando V = 0 en el centro de la esfera, determine el potencial eléctrico dentro de la esfera, (b) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre un punto sobre la superficie y el centro de la esfera?. (c) Si Q es positiva, cuál de éstos dos puntos está a un mayor potencial?.

Solución

Parte (a)

Como E solo depende de r, entonces se tiene

$$dV = -E_r dr = -\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} dr$$

➤ Teniendo que V = 0 en r = 0 (punto de referencia, se tiene

$$\int_{V_0=0}^{V(r)} dV = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \int_0^r r dr$$

$$V(r) - 0 = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^r$$

$$V(r) = -\frac{qr^2}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$$

Graw Ejemplo: Potencial de una esfera_2

El campo eléctrico en el interior de una esfera no conductora de radio con carga distribuida uniformemente a través de su volumen, está radialmente dirigido y tiene una magnitud de E(r) = kQr/R3 . Donde Q (positiva o negativa) es la carga total dentro de la esfera y r es la distancia medida desde el centro de la esfera. (a) Considerando V = 0 en el infinito, determine el potencial eléctrico dentro de la esfera, (b) ¿Porqué este resultado difiere del obtenido en el ejemplo anterior? (c) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre un punto sobre la superficie y el centro de la esfera?.

Solución

Parte (a)

Como E solo depende de r, entonces se tiene

$$dV = -E_r dr = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

Teniendo que V = infinito en r = infinito (punto de referencia, se tiene $\int_{V_{\infty}=0}^{V(r)} dV = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{\infty}^{r} \frac{dr}{r^2}$

$$V(r) - 0 = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{\infty}^{r}$$
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty} \right]$$

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Mc Graw

Continua la solució

Potencial para r < R

Parte (c)

$$dV = -E_r dr = -\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} dr$$

Integrando la expresión anterior

$$\int_{V(R)}^{V(r)} dV = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \int_{R}^{r} r dr$$

$$V(r)-V(R) = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \left[\frac{r^2}{2}\right]_R^r$$

$$V(r)-V(R) = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \left[\frac{r^2}{2} - \frac{R^2}{2} \right]$$

$$V(r) = V(R) - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{r^2}{2} - \frac{R^2}{2} \right]$$

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{8\pi\varepsilon_0 R^3} \left[R^2 - r^2 \right]$$

$$V(r) = \frac{q(3R^2 - r^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$$

$$V(R) - V(0) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{q(3R^2 - 0^2)}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$$

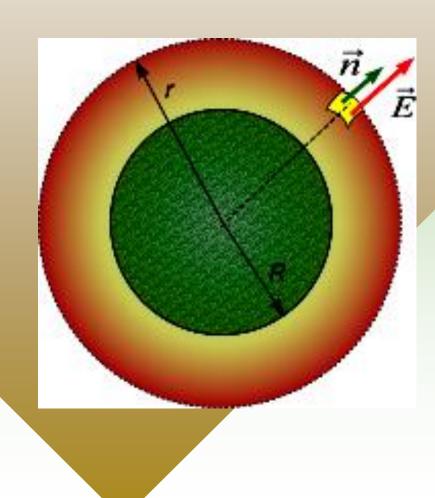
$$V(R) - V(0) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} - \frac{3q}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

$$V(R)-V(0) = -\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

Grabjemplo: Potencial de un conductor esférico

¿Cuáles son (a) la carga y (b) la densidad de carga sobre la superficie de un conductor de forma esférica de radio R = 20 cm el cual posee un potencial de 500 V (con V = 0 en el infinito)?

Solución



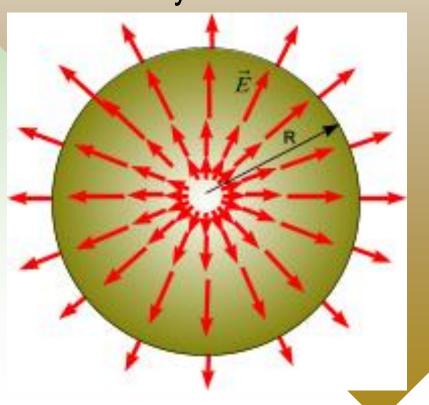
Graw Ejemplo: Potencial eléctrico de una corteza esférica cargada.

Una cáscara esférica delgada de radio R tiene una carga +Q distribuida uniformemente sobre su superficie. Determine el potencial eléctrico V dentro y fuera de la cáscara.



Potencial eléctrico de una esfera sólida aislante cargada-2

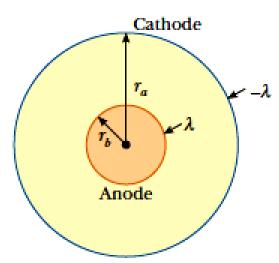
Una carga eléctrica +Q es uniformemente distribuida en una esfera sólida no conductora de radio R. Determine el potencial eléctrico dentro y fuera de la esfera.



Ejemplo: Conductores cilíndricos coaxiales

Un contador Geiger-Muller es un detector de radiación que esencialmente consiste de un cilindro metálico hueco y cerrado (cátodo) de radio interno ra y un alambre cilíndrico coaxial (ánodo de radio rb. La carga por unidad de longitud del ánodo es +λ mientras que la carga por unidad de longitud del cátodo es -λ. Muestre que la magnitud de la diferencia de potencial entre el alambre y el cilindro en la región sensible del detector es

$$\Delta V = 2k_e \lambda \ln \left(\frac{r_a}{r_b}\right)$$



raw XI. SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES

Consideremos una carga puntual +q fija en la posición mostrada en la figura cuyas líneas de campo eléctrico son radiales y salientes. Procedamos a determinar la diferencia de potencial entre dos puntos A y B ubicados sobre la circunferencia de radio r.

El trabajo hecho por el campo eléctrico cuando se mueve la caga testigo desde A hasta B, es

$$W_{A\to B} = \int_{-\infty}^{\infty} F_{e}.ds = q_0 \int_{A}^{B} F_{e}.ds$$

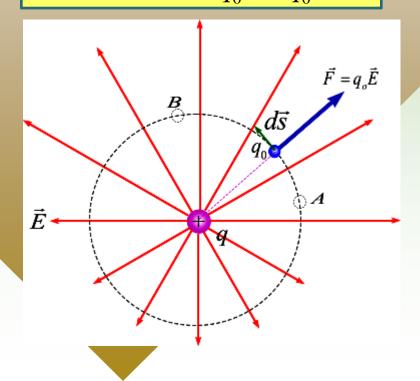
$$W_{A\to B} = q_0 \int_A^B E \cos 90^0 ds$$
$$W_{A\to B} = 0$$

☐ La variación de energía potencial es

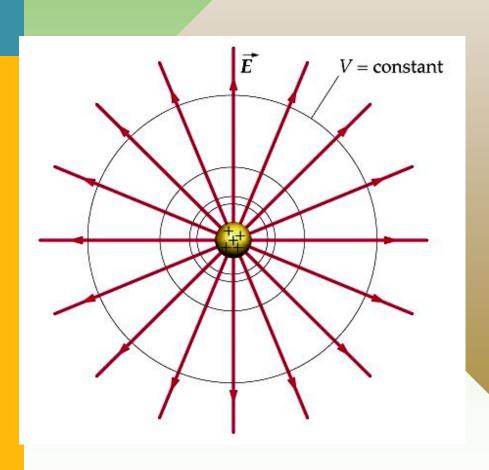
$$\Delta U = -W_{A \to B} = 0$$

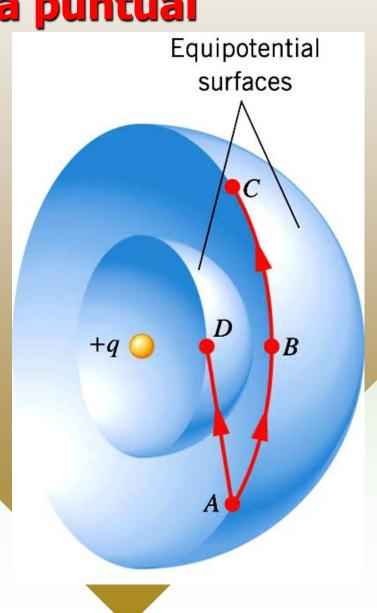
☐ La ddp es

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q_0} = \frac{0}{q_0} = 0$$

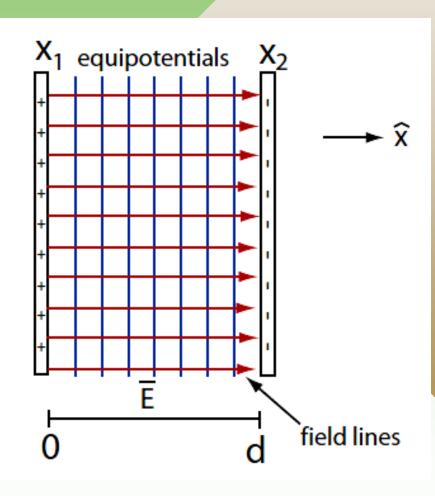


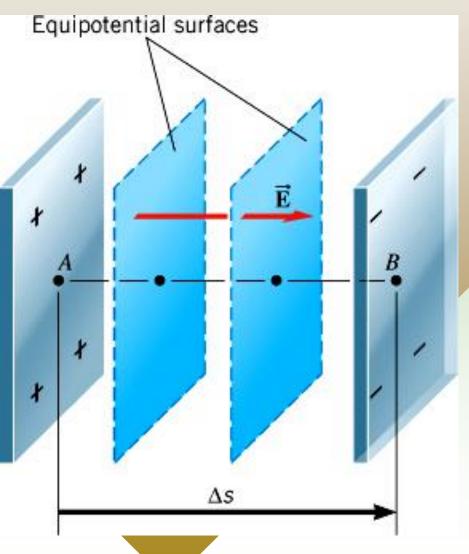
11.1Superficies equipotenciales para una carga puntual



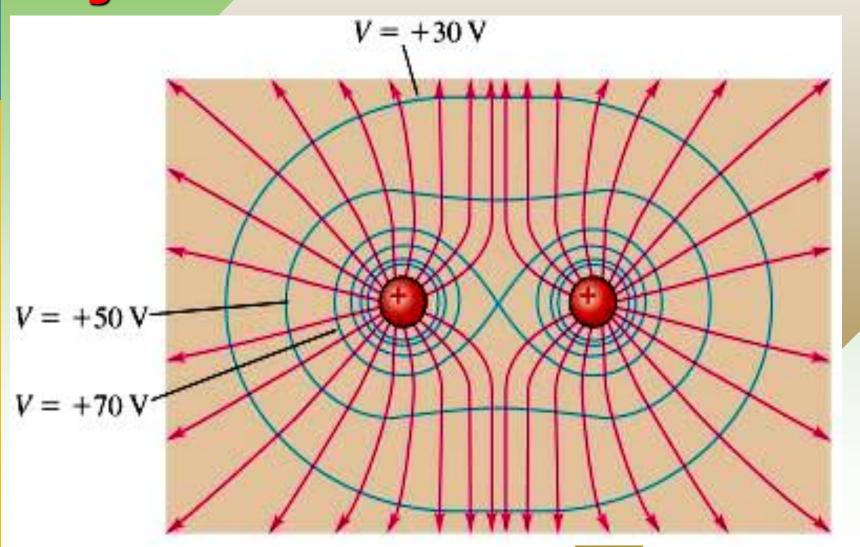


Graw Superficies equipotenciales entre dos planos cargados

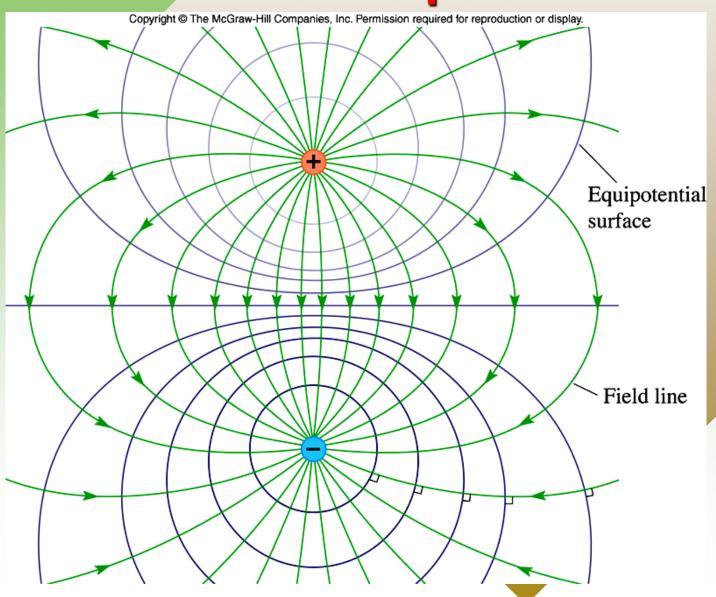




11.2 Superficies equipotenciales para un sistema de cargas de signos iguales

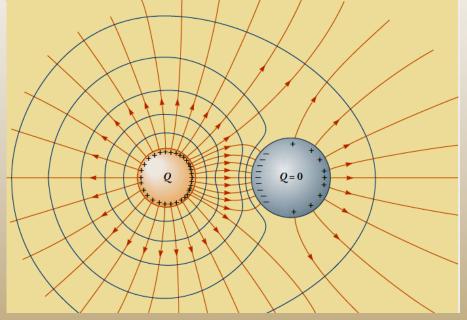


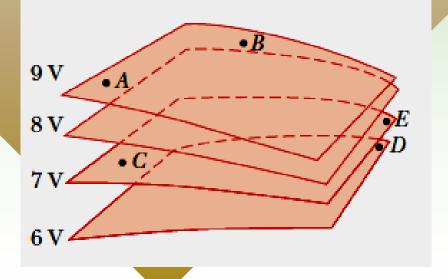
Graw 11.2 Superficies equipotenciales para un dipolo



11.3Propiedades de las superficies equipotenciales

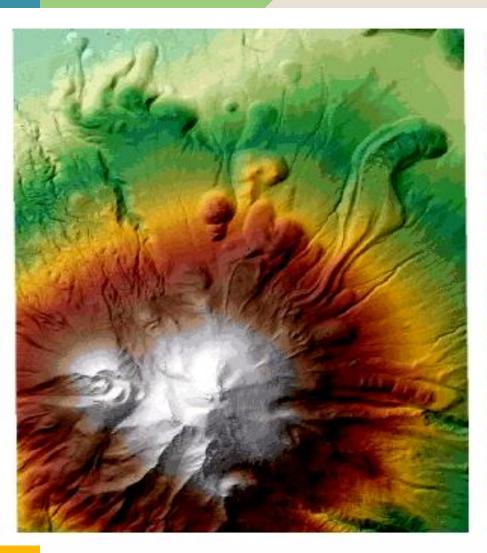
- Las líneas de campo eléctrico son perpendiculares a las equipotenciales
- Por simetría, las superficies equipotenciales producidas por cargas puntuales son una familia de esferas concéntricas, y para campos eléctricos uniformes, una familia de planos perpendiculares a las líneas de campo.
- La componente tangencial del campo eléctrico a lo largo de la superficie equipotencial es cero, por otra parte ningún trabajo puede hacerse para mover una carga de un punto a otro en una superficie.

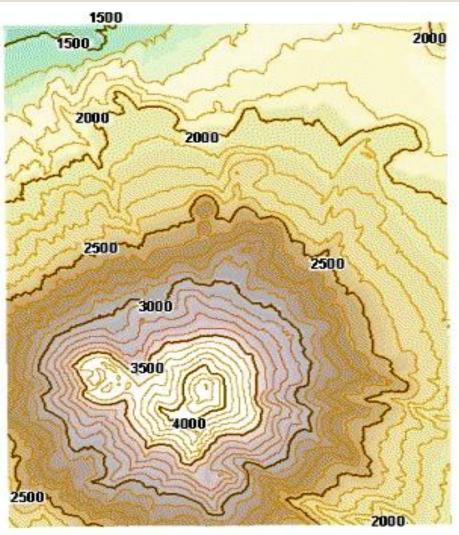






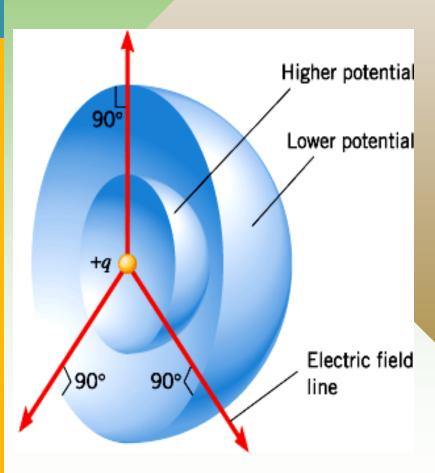
11.4Semejanza entre las superficies equipotenciales y las curvas de nivel

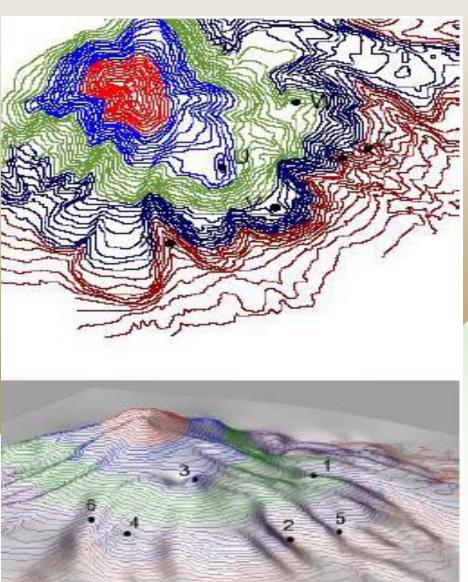






Superficies equipotenciales

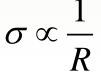


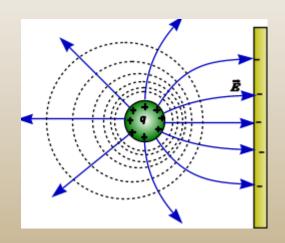


Graw XII. EQUIPOTENCIALES Y CONDUCTORES.

En condiciones electrostáticas toda carga transferida a un conductor reside en la superficie por tanto cualquier punto de un conductor cargado se encuentran al mismo potencial.

- Por otro lado, si un conductor contiene una cavidad y no existe carga en el interior de ésta, entonces no puede haber carga neta en ninguna parte de la superficie de la cavidad. Esto significa que si una persona está en el interior de una caja conductora con carga puede tocar sin peligro alguno cualquier punto de las paredes interiores a la caja sin sufrir descarga. iDemuestre este teorema!
- Finalmente, establecemos que distribución de carga en un conductor es proporcional al inverso del radio de curvatura del conductor, esto es



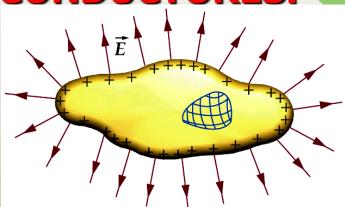


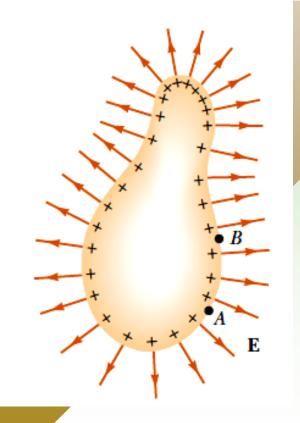


XII. EQUIPOTENCIALES Y CONDUCTORES.

La ecuación anterior indica que, la carga tiende a acumularse en las partes más aguzadas del conductor, en donde el radio de curvatura es pequeño.

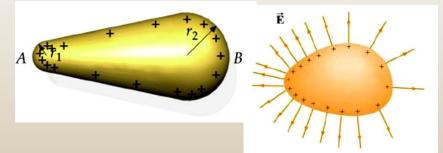
 Por otro lado, debido a que el campo eléctrico es proporcional a densidad de carga σ y por consiguiente, es proporcional à (1/R), puede alcanzar valores elevados cerca de las puntas aguzadas. Este hecho es utilizado en el diseño de dispositivos de alto voltaje. Puede además ocurrir una descarga corona en estos objetos si su potencial es muy alto.





rawxII. EQUIPOTENCIALES Y CONDUCTORES.

Podemos entender este considerando un conductor forma no esférica la superficie de este será equipotencial, pero la densidad de carga y el campo justamente fuera del conductor varían de un punto a otro. Así por ejemplo en A la densidad de carga y el campo serán grandes mientras que en B estas cantidades son mucho menores. Esto se entiende cualitativamente asumiendo que el extremo A es esférico y B tiene un radio de curvatura mayor. Por tanto, es la densidad de carga, entonces el potencial será



 Pero la densidad de carga está relacionada con el radio y la carga mediante q=4πστ2. Entonces al remplazar este valor en el potencial se tiene

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{4\pi r^2 \sigma}{r} = \frac{\sigma r}{\varepsilon_0}$$

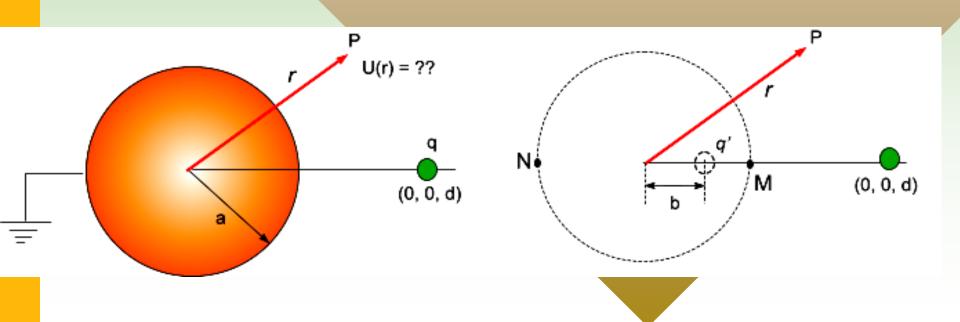
$$\sigma = \frac{\varepsilon_0 V}{r}$$



XIII. IMAGENENES ELECTROTÁTICAS.

Carga puntual y esfera conductora

Se tiene una esfera conductora de radio a conectada a tierra. A una distancia d de su centro (d >> a) se coloca una carga puntual q . Halle el potencial electrostático en cualquier punto del espacio.



aw XIII.IMAGENENES ELECTROSTÁTICAS.

- Resolver este problema es equivalente a "Hallar el potencial debido a la carga q y a la carga imagen q' de tal manera que U (r = a) = 0". Para esto razonamos así:
- Suponer que basta una carga imagen q' ubicada en algún punto r₂.
 Entonces se tiene

$$U(\vec{r}) = k\left[\frac{q}{|\vec{r} - \vec{r_1}|} + \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r_2}|}\right]$$

• Si q' no estuviera en la recta **Or**1, se tendría componente tangencial del campo eléctrico en los puntos M y N; luego, la carga imagen q' está ubicada e la recta que une el centro con la carga puntual q, es decir

$$\vec{r}_2 = (0, 0, b)$$

Mc Gr Hi

XIII.IMAGENENES ELECTROSTÁTICAS.

 Para determinar el valor de q' y su ubicación, b, se hace los potenciales en M y N iguales a cero porque la esfera se encuentra conectada a tierra.

$$U(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q}{d-a} + \frac{q'}{a-b} \right] = 0$$

$$U(N) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q}{d+a} + \frac{q'}{a+b} \right] = 0$$

Resolviendo estas ecuaciones se tiene

$$q' = -\frac{a}{d}q$$

$$b = \frac{a^2}{d}$$

$$\vec{r}_2 = (0, 0, \frac{a^2}{d})$$



XIII.IMAGENENES ELECTROSTÁTICAS.

El potencial en el punto P será

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q}{\sqrt{r^2 + a^2 - 2rd\cos\theta}} - \frac{\frac{a}{d}q}{\sqrt{r^2 + \frac{a^4}{d^2} - \frac{2ra^2}{d}\cos\theta}} \right]$$

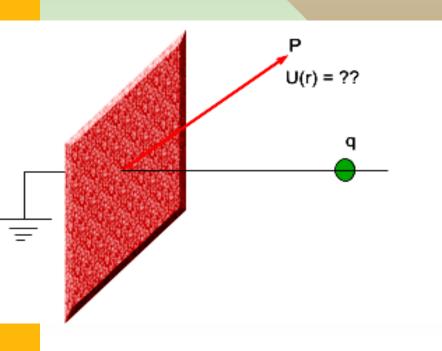
 Haciendo r = a en la ecuación anterior puede verificarse que el potencial es nulo en la esfera conductora y por la tanto es ecuación nos da el potencial en cualquier región del espacio.

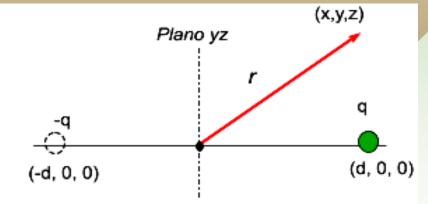


XIII.IMAGENENES ELECTROSTÁTICAS.

PLACA CONDUCTORA INFINITA Y CARGA PUNTUAL

Se tiene una placa conductora infinita conectada a tierra y a una distancia d se coloca una carga puntual q. Halle el potencial eléctrico en cualquier punto del espacio,





Mc Gra<mark>XIII.</mark> Hill

IMAGENENES ELECTROSTÁTICAS.

PLACA CONDUCTORA INFINITA Y CARGA PUNTUAL

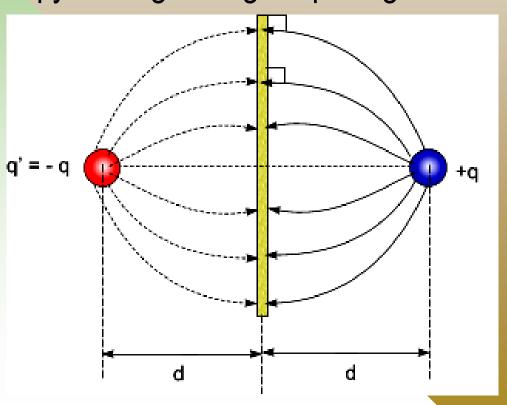
La tierra y la placa conductora infinita forman un solo gran conductor neutro, al colocar la carga q cerca del plano las cargas libres del conductor se redistribuyen quedando el plano cargado con cargas de signo contrario a la carga inductora q. Las líneas de fuerza del campo eléctrico salen de la carga puntual q y terminan en el plano conductor infinito (si q es positiva). El plano conductor se comporta como una superficie equipotencial, debido a la simetría de las líneas de fuerza podemos IMAGINAR que las líneas de fuerza convergen en punto donde se encuentra la carga imagen q' = -q



XIII.IMAGENENES ELECTROSTÁTICAS.

PLACA CONDUCTORA INFINITA Y CARGA PUNTUAL

Por consiguiente la distancia de separación entre la carga puntual q y la carga imagen q' es igual a 2d



XIII.IMAGENENES ELECTROSTÁTICAS.

FUERZA ENTRÉ UNA PLACA CONDUCTORA INFINITA Y CARGA PUNTUAL

De la ley de Coulomb; la fuerza F, que la carga q ejerce sobre la placa es del mismo valor pero de sentido opuesto

$$\vec{F}_{21} = -k \frac{qq'}{(2d)^2} \hat{i}$$

En la región x < 0, detrás del plano infinito, no hay líneas de fuerza (E = 0) y el potencial eléctrico es cero.

El criterio de carga imagen es un sistema equivalente, o artificio físico



XIII.IMAGENENES ELECTROSTÁTICAS. POTENCIAL ELECTRICO

- Para determinar e potencial en la región x > 0 podemos hacerlo buscando el valor y la posición de una carga imagen tal que su potencial superpuesto al de q resulte nulo en el plano yz.
- Es intuitivo pensar que las cargas q y q' generan un potencial

$$U(\vec{r}) = k\left[\frac{q}{|\vec{r} - \vec{r_1}|} + \frac{q'}{|\vec{r} - \vec{r_2}|}\right]$$

$$U(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q}{[(x-d)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}} - \frac{q}{[(x+d)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}} \right]$$

aw XIII. IMAGENENES ELECTROSTÁTICAS.

CAMPO ELECTRICO

 El campo eléctrico se puede obtener tomando el gradiente al potencial o superponiendo el campo de las dos cargas puntuales

$$\vec{E}(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q(x-d,y,z)}{[(x-d)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} - \frac{q(x+d,y,z)}{[(x+d)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \right]$$

La densidad de carga superficial en el plano YZ es

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \vec{E} \cdot \vec{n} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{E}_x \big|_{x=0}$$

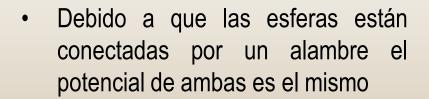
Luego dicha densidad se escribe
$$\sigma = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{q(-d,y,z)}{[(d)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} - \frac{q(d,y,z)}{[(d)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \right]$$

$$\sigma = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{q(d,y,z)}{[(d)^2 + r^2]^{3/2}}$$

Mc Graw

Ejemplo 01

Dos conductores esféricos de radios r1 y r2 se encuentran separados por una distancia mucho mayor que los radios de ambas esferas. Las esferas son conectadas por un alambre conductor, como se muestra en la figura . Las cargas en las esferas en el equilibrio electrostático son q1 y q2, respectivamente, y ellas están uniformemente cargadas. Encuentre la razón entre los campos eléctricos en las superficies de las esferas.



$$V = k_e \frac{q_1}{r_1} = k_e \frac{q_2}{r_2}$$

La razón de cargas es

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

 Debido a que las esferas están muy separadas entonces

$$E_1 = k_e \frac{q_1}{r_1^2}$$
 and $E_2 = k_e \frac{q_2}{r_2^2}$

Por tanto

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Mc Graw Aplicaciones de la electrostática: Hill 1. El precipitador electrostático.

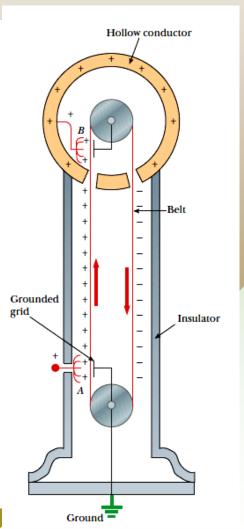


(a) Diagrama del precipitador, (b) En operación y © inactivo

Aplicaciones de la electrostática: El generador Van de Graaff.

In 1929 Robert J. Van de Graaff (1901-1967) used this principle to design and build an electrostatic generator. This type of generator is used extensively in nuclear physics research. A schematic representation of the generator is given in Figure 25.27. Charge is delivered continuously to a high-potential electrode by means of a moving belt of insulating material. The high-voltage electrode is a hollow conductor mounted on an insulating column. The belt is charged at point A by means of a corona discharge between comb-like metallic needles and a grounded grid. The needles are maintained at a positive electric potential of typically 10⁴ V. The positive charge on the moving belt is transferred to the hollow conductor by a second comb of needles at point B. Because the electric field inside the hollow conductor is negligible, the positive charge on the belt is easily transferred to the conductor regardless of its potential. In practice, it is possible to increase the electric potential of the hollow conductor until electrical discharge occurs through the air. Because the "breakdown" electric field in air is about $3 \times 10^6 \text{ V/m}$, a sphere 1 m in radius can be raised to a maximum potential of 3×10^6 V. The potential can be increased further by increasing the radius of the hollow conductor and by placing the entire system in a container filled with high-pressure gas.

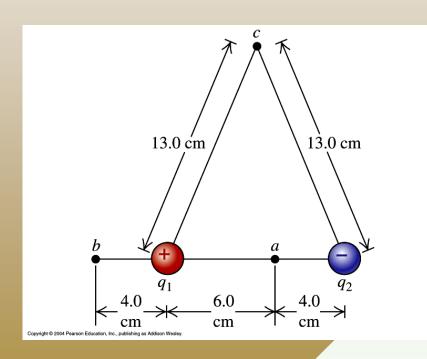
Van de Graaff generators can produce potential differences as large as 20 million volts. Protons accelerated through such large potential differences receive enough energy to initiate nuclear reactions between themselves and various target nuclei. Smaller generators are often seen in science classrooms and museums. If a person insulated from the ground touches the sphere of a Van de Graaff generator, his or her body can be brought to a high electric potential. The hair acquires a net positive charge, and each strand is repelled by all the others. The result is a





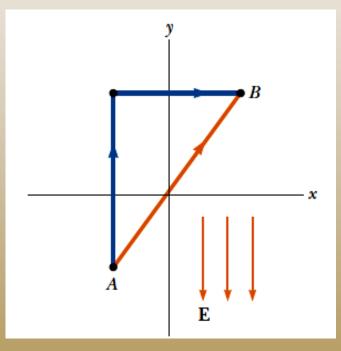


Un dipolo eléctrico consta d dos cargas puntuales q₁ = +12 nC y q₂ = -12 nC, separadas por una distancia de 12 cm. Determine los potenciales en los puntos a, b y c





En la figura, un campo eléctrico uniforme magnitud 325 V/m está dirigido hacia el lado negativo de las y. Las coordenadas del punto A son (-0,2, -0,3)m y las del punto B son (0,4, 0,5)m. Determine usando trayectoria azul, la diferencia de potencial entre los puntos ByA.



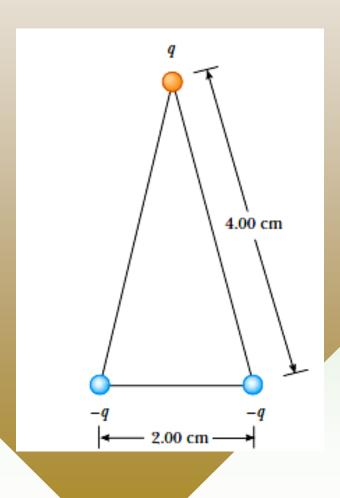
$$V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\int_A^C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} - \int_C^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$V_B - V_A = (-E\cos 180^\circ) \int_{-0.300}^{0.500} dy - (E\cos 90.0^\circ) \int_{-0.200}^{0.400} dx$$

$$V_B - V_A = (325)(0.800) = \boxed{+260 \text{ V}}$$

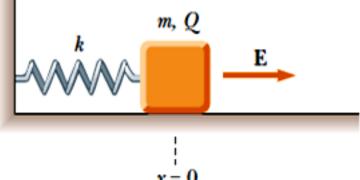


Las tres cargas de la figura están en los vértices d un triángulo isósceles. Determine el potencial eléctrico en el punto medio de la base, sabiendo que $q = 7 \mu C$



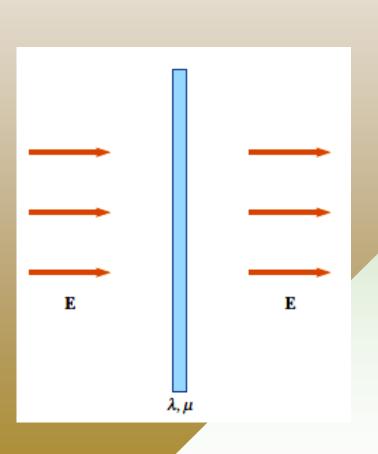


Un bloque de masa m y carga +Q está conectado a un resorte que tiene una constante k. El bloque se encuentra en una pista horizontal sin fricción, y el sistema está dentro de un campo eléctrico uniforme de magnitud E, dirigido como se muestra en la figura. Si el bloque se libera del reposo cuando el resorte no esta estirado (en x = 0): ¿Cuánto se estirará el resorte?.. (b) ¿Cuál es su posición de equilibrio del bloque?.. Demuestre que el movimiento del bloque es armónico simple y determine su período.



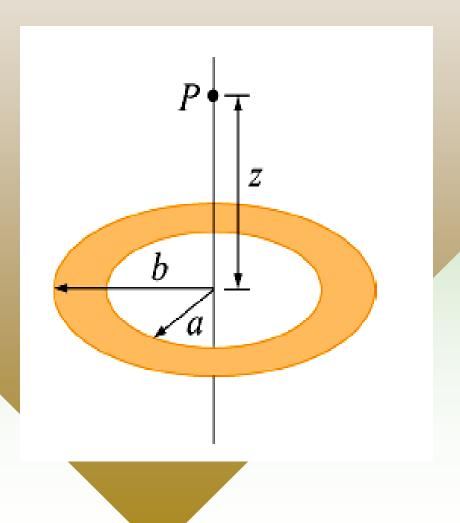


Una varilla aislante con una densidad de carga lineal $\lambda = 40 \mu C/m$ y densidad de mas lineal $\mu = 0.1$ kg/m se libera del reposo en un campo eléctrico uniforme E = 100 V/m dirigido perpendicularmente a la varilla (véase la figura) determine la rapidez de la varilla después de que recorre 2,00 m



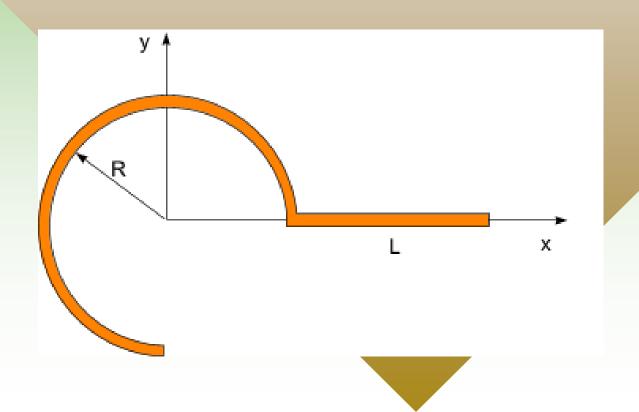


Un disco anular tiene una densidad de carga σ uniforme sobre su superficie, como se muestra en la figura. Encuentre el potencial eléctrico en el punto P a lo largo del eje de simetría



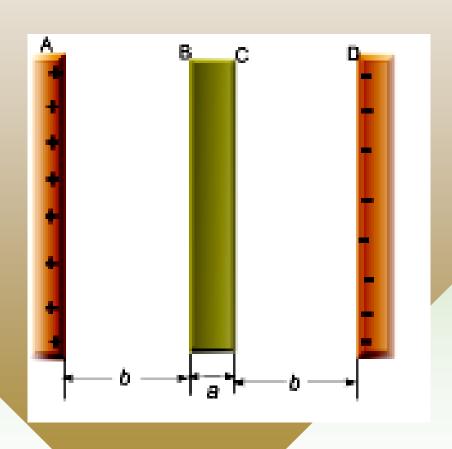


Un alambre con una densidad de carga uniforme λ se dobla como se muestra en la figura. Determine el potencial eléctrico en el punto O



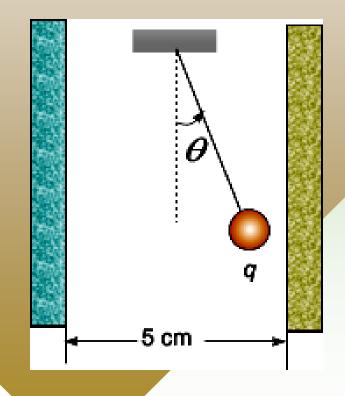


Las tres placas conductoras mostradas en la figura está, cada una separadas por una distancia b. Si las cargas sobre las dos placas extremas son como se muestra en la figura. Determine la diferencia de potencial entre las placas extremas



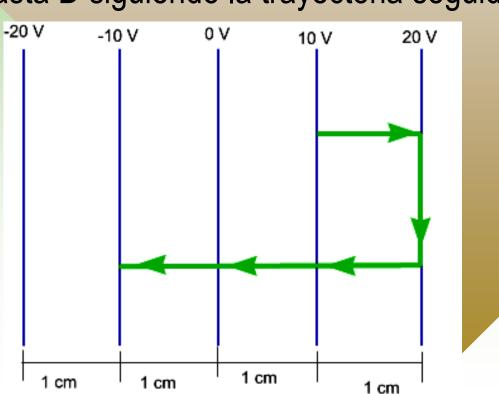


Una pequeña esfera de 3,2 g de masa cuelga de un hilo de seda entre dos placas conductoras paralelas verticales separadas 5 cm. La carga en la esfera es 5,8 μC. ¿Qué diferencia de potencial entre las placas hará que el hilo forme un ángulo de 30° con la vertical.



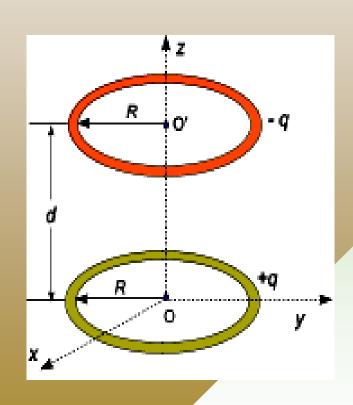
Ejemplo 10

 De un trabajo experimental en el laboratorio de física se obtiene los siguientes curvas equipotenciales en una zona y se conoce el potencial de cada una y se indica en la figura. ¿Cuál es el trabajo para llevar una carga de 2 μC desde A hasta D siguiendo la trayectoria seguida?.



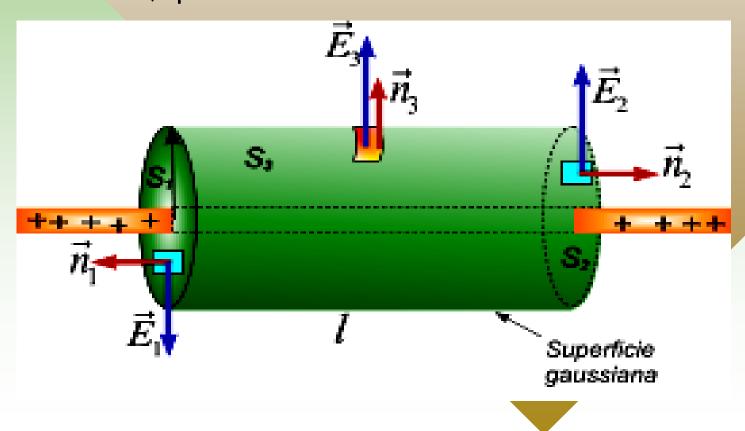
Ejemplo 11

Se tiene dos anillos finos de alambre de radio R, cuyos ejes coinciden. Sus cargas son iguales a q y -q. Determine la diferencia de potencial entre sus centros, siendo la distancia entre ellos igual a d.



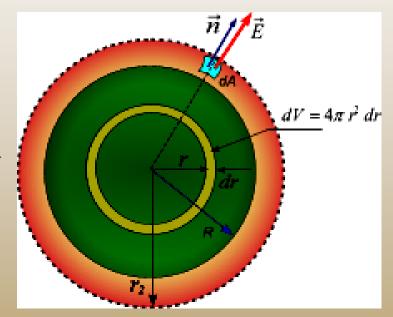


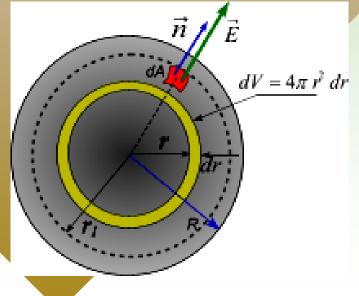
Se tiene un hilo recto y muy largo, cargado con una densidad lineal de carga λ. Determine la diferencia de potencial en los puntos A y B si el punto B dista η veces más del hilo, que el A.



Ejemplo 13

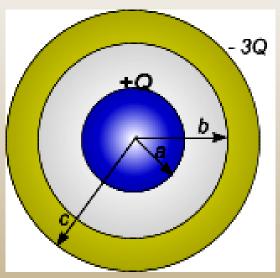
Una distribución de carga con simetría esférica cuya densidad está dada por $\rho(r) = A r C/m^3 para$ r < = r, y $\rho = 0$ para r > 0, siendo kuna constante. La carga total contenida en la esfera de radio R es Q. Determine: (a) el valor de la constante k en función de Q y R; (b) la intensidad de campo eléctrico en puntos interiores y exteriores de la esfera, y (c) el potencial en la superficie V(R) y el potencial en el origen V(0).

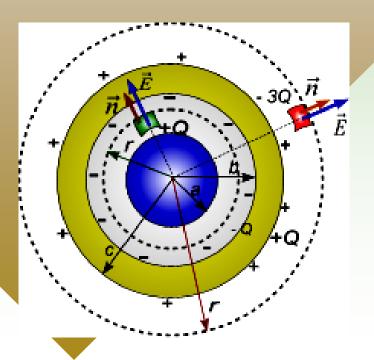




Ejemplo 14

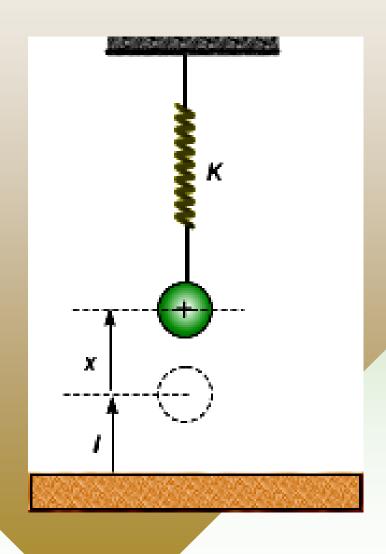
Una corteza conductora esférica de radio interno by radio externo c rodea concéntricamente una pequeña esfera metálica de radio a < b. La esfera metálica tiene una carga positiva +Q mientras que la carga total de la esfera conductora es -3Q. (a) ¿Cuál es el potencial de la corteza esférica?. (b) ¿Cuál es el potencial de la esfera metálica?.





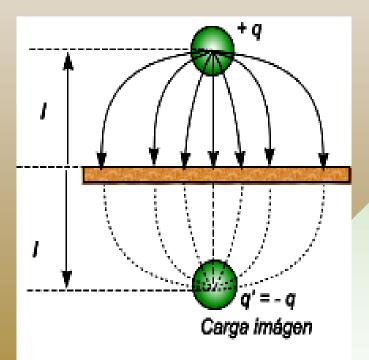
Ejemplo 15

Sobre un plano conductor ilimitado cuelga, de un hilo elástico aislante de rigidez K, una pequeña bola. Una vez que la bola se cargó ésta descendió x cm, y su distancia hasta el plano conductor llegó a ser igual a l. Determine la carga de la bola.



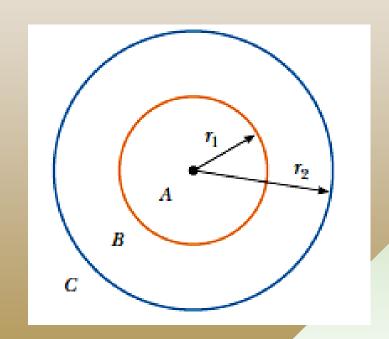


Para resolver el problema usamos el método de imágenes, es decir al colocar la carga +q cerca del plano los electrones libres de éste se redistribuyen quedando el plano cargado con carga de signo contrario a la carga inductora +q. La líneas de fuerza salen de la carga positiva y terminan en el plano conductor. El plano conductor se comporta como una superficie equipotencial, debido a la simetría de las líneas de fuerza podemos "IMAGINAR" que las líneas convergen en donde se encuentra la carga imagen q', tal que .



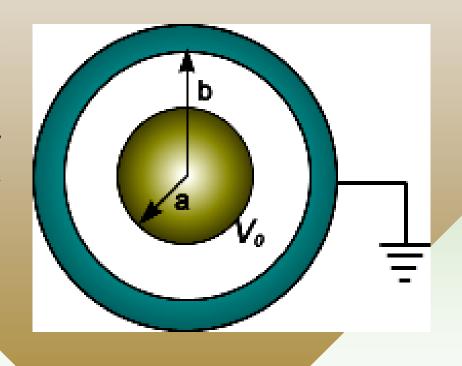
Ejemplo 16

Considere dos cascarones esféricos delgados como se muestra en la figura. El cascarón interno tiene un radio r1 = 15 cm y una carga de 10 nC. El cascarón externo tiene un radio r2 = 30 cm y una carga de -15nC.Determine : (a) El campo eléctrico y (b) el potencial eléctrico V en las regiones A, B y C, siendo V = 0 en el infinito



Ejemplo 17

 Considere un sistema de esferas coaxiales como se muestra en la figura. El conductor interior tiene a y es mantenido a un potencial V₀. El conductor exterior tiene un radio exterior b y esta conectado a tierra. Determine la función potencial en el espacio entre los conductores.



Ejemplo 18

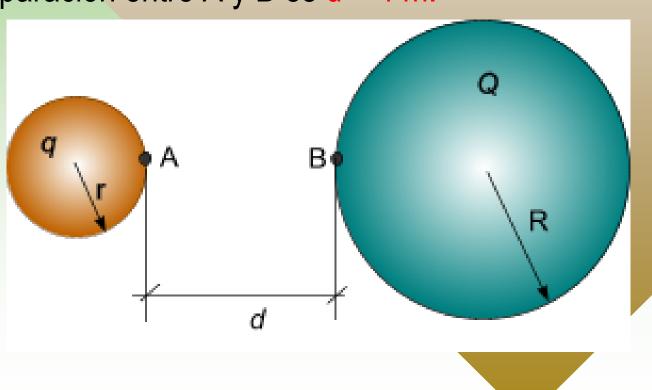
Dos esferas metálicas de 3 cm de radio están cargadas con una cargas $q_1 = 10nC y q_2 = -30nC$ respectivamente. Si se encuentran separadas 2 m, calcular: (a) el potencial en el punto medio entre las esferas. (b) el potencial de cada una de las esferas.

Ejemplo 19

Dos esferas conductoras de radios 6 cm y 12 cm, cada una, y cargas de 30 nC, están separadas una gran distancia. Si las esferas se encuentra conectadas con una alambre conductor. Determine: (a) la magnitud de la carga transferida y la dirección de movimiento y (b) la carga y el potencial final en cada esfera

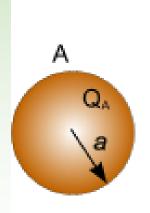
Ejemplo 20

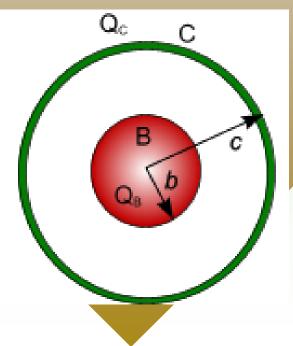
Dos esferas conductoras de radios de curvatura r = 1 m y R = 2 m, se encuentran cargadas con cargas $q = 60 \mu C$ y Q = -30 μC , respectivamente. Determine la diferencia de potencial entre los puntos A y B sabiendo que la distancia de separación entre A y B es d = 4 m.





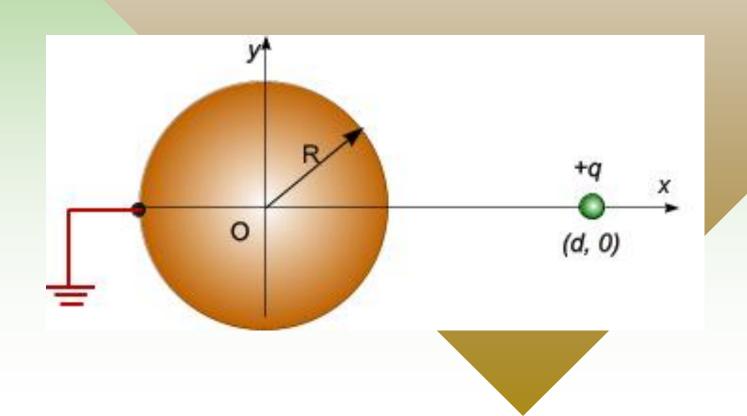
La figura muestra tres cuerpos esféricos de radios de curvatura a, b y c, cargados con cargas QA, QB y QC, respectivamente. El cascarón de radio c y la esfera de radio b son concéntricos y aislados. Halle la carga final, tiempo después, que se les pone en contacto la esfera de radio a con el cascarón de radio c.





Ejemplo 22

Se tiene una esfera conductora de radio R conectada a tierra. A una distancia d de su centro se coloca una carga puntual q. Halle la posición de la carga imagen, su magnitud y la fuerza eléctrica resultante que actúa sobre la carga puntual q.

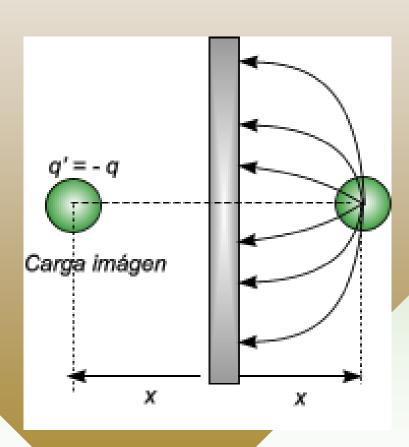


Ejemplo 22

A la distancia / de un plano conductor ilimitado se encuentra una carga puntual q. ¿Qué trabajo se necesita realizar contra las fuerzas eléctricas para separar lentamente esta carga a una gran distancia del plano?.

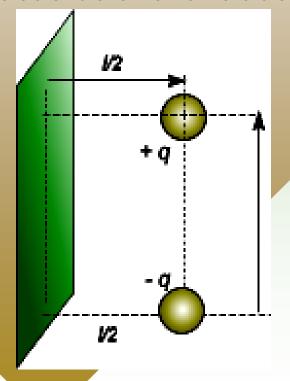
SOLUCIÓN

En la figura se muestra la carga con su imagen correspondiente



Las carga puntuales +q y – q se Solución sitúan a la distancia / una de la otra y a unas distancias idénticas 1/2 de un mismo lado de un plano conductor ilimitado. Determine el módulo del vector fuerza sobre la carga positiva +q.

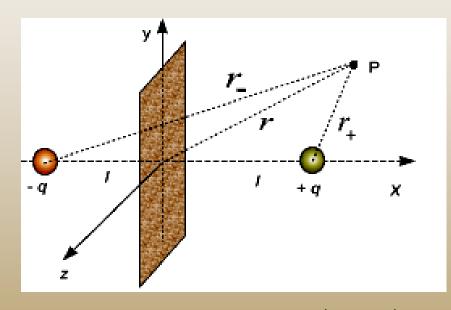
En la figura se muestra la situación grafica de acuerdo al enunciado



Ejemplo 24

Una carga puntual +q se encuentra a la distancia / de un plano conductor ilimitado. Determine la densidad superficial de cargas, inducidas en el plano, en función de la distancia r desde la base de la perpendicular bajada de la carga al plano.

Solución



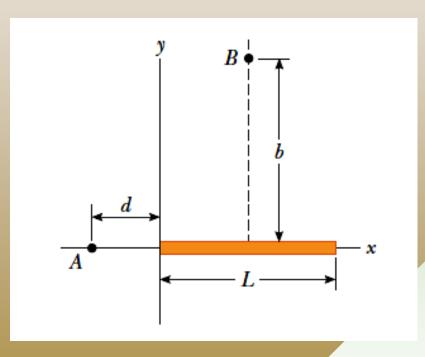
$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_+} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_-} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right)$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{(x-l)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x+l)^2 + y^2 + z^2}} \right]$$

$$\sigma_{yz} = \varepsilon_0 E_{x=0} = \varepsilon_0 \left[-\frac{\partial V}{\partial x} \right]_{x=0}$$

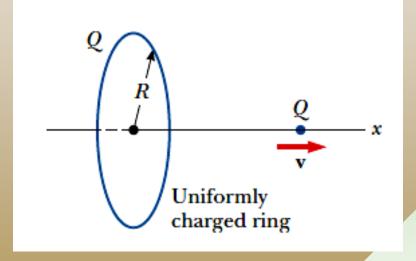


Una barra de longitud L fija a lo largo del eje x con uno de sus extremos en el origen de coordenadas tiene una densidad de carga no uniforme $\lambda = \beta x$ (donde β es una constante positiva). ¿Cuál es las unidades de \(\beta \). (b) Calcule el potencial eléctrico en los puntos A y B



Ejemplo 26

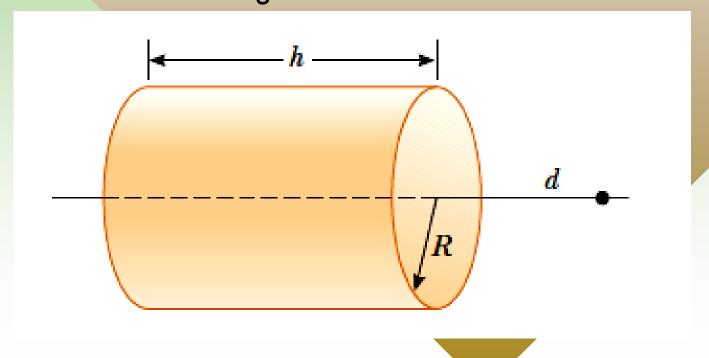
El eje x es el eje de simetría de anillo de radio uniformemente cargado con una carga +Q. Una carga puntual de masa M es localizada en el centro del anillo. Cuando es desplazada ligeramente, la carga puntual acelera a lo largo del eje x. Muestre que la velocidad última de la carga puntual es



$$v = \left(\frac{2k_e Q^2}{MR}\right)^{1/2}$$

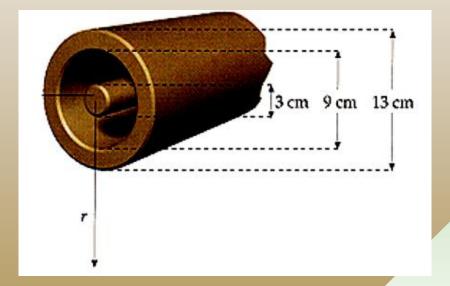


Considere una cáscara cilíndrica uniformemente cargada el cual tiene una carga total Q, radio R y altura h. Determine el potencial eléctrico en el punto que se encuentra a una distancia d del extremo derecho del extremo del cilindro, como se muestra en la figura.



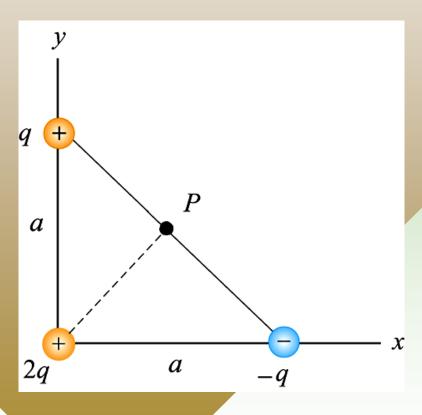
Ejemplo 28

La figura muestra una porción de un cable concéntrico infinitamente largo en sección transversal. El conductor interno posee una carga de 6 nC/m, mientras que el conductor externo es eléctricamente neutro. determine el campo eléctrico para todos los valores de r. (b) El potencial eléctrico en todas las regiones. (c) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre el conductor interior y el exterior si a la superficie externa con un alambre a tierra.



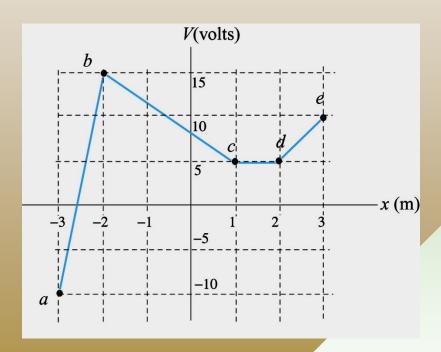
Ejemplo 29

En los vértices de un triángulo rectángulo isósceles se localizan tres cargas +q, +2q y -q, como se muestra. (a) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el punto P (punto medio del lado) asumiendo que V = 0 en el qinfinito?, (b) ¿Cuál es la energía potencial de la configuración?, (c) Una cuarta carga +3q es movida lentamente desde el infinito hasta el punto P ¿cuál es el trabajo realizado en este proceso?.



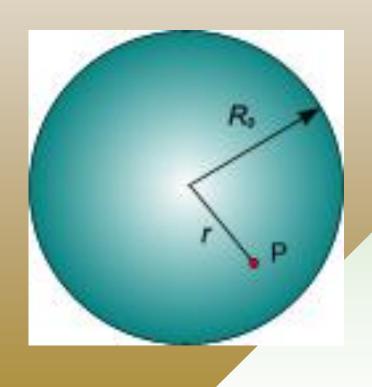
Ejemplo 30

Suponga que el campo eléctrico varía a lo largo del eje x como se muestra en la figura. El potencial no varía en el eje y ni en z. para los intervalos mostrados (ignore el comportamiento en extremos de los intervalos), determine los intervalos en los cuales E_x tiene: (a) su mayor valor absoluto, (b) su menor valor, (c) grafique E_x como función de x, (d) ¿Qué tipo de distribuciones de carga podrían producir estos cambios en el potencial? ¿Dónde estarían localizados?.



Ejemplo 31

Una esfera no conductora es cargada negativamente con una densidad de carga dada por ρ = Ara, donde A es una constante y a = 3. Si el radio de la esfera es R_0 . (a) Calcule la magnitud de la diferencia de potencial entre la superficie de la esfera y un punto P situado a una distancia de su centro. (b) Establezca el signo de la diferencia de potencial y dar una explicación física clara (no matemática) para este signo. Si la carga total de la esfera es Q, calcule A.





Una carga puntual Q = 0,4 nC está localizada en (2,3,3) m en coordenadas cartesianas . Halle la diferencia de potencial V_{AB}, donde A(2,,2,3) y B(-2,3.3)

Rta: 2,7 Vol



Una carga lineal uniforme con $\lambda = 2$ nC/m yace en el plano z = 0 paralelo al eje x en y = 3 m. Halle la diferencia de potencial V_{AB} para los puntos A (2,0,4)m y B (0, 0, 0).

Rta: -18,4 V

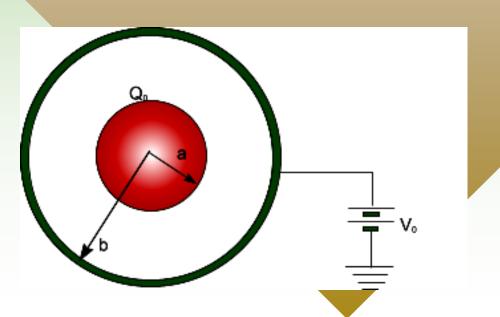


Una carga laminar uniforme con σ = (1/6 π) nC/m2, está en x = 0 y una segunda carga laminar con σ = -(1/6 π) nC/m2, está en x = 10 m. Halle VAB, V,BC y VAC para A(10, 0, 0) m y C(4, 0, 0) m

Rta: -36 V, -24 V, -60 V



 Se tiene un conductor esférico compuesto por dos esferas metálicas huecas concéntricas de radios a y b > a y de espesor despreciable aunque finito. La esfera interna se carga con una carga Qo >0. La armadura externa se conecta a tierra a través de una batería cuya diferencia de potencial es Vo. Calcular la función potencial para puntos a < r
b



Una esfera no conductora es cargada positivamente con una densidad de carga dada por $\rho = Ar^3$, donde A es una constante. Si el radio de la esfera es R_0 . (a) calcule la magnitud de la diferencia de potencial entre la superficie de la esfera y un punto P situado a una distancia r<R0 de su centro. (b) Establezca el signo de la diferencia de potencial y dar una explicación física clara (no matemática) para este signo. Si la carga total de la esfera es Q, calcule A.

